Indice

Regesto dei capitoli……...……..……... 6

Introduzione……... 8

Capitolo 1. Analisi statica non lineare: procedura di base

1.1 La procedura.....……. 12
1.2 Profili di carico…….. 16
1.3 Curva di spinta…….. 19
1.4 Sistema equivalente……... 20
1.5 Bilinearizzazione della curva di capacità…… 22
1.6 Le verifiche di sicurezza…… 25
1.7 Problemi e limiti nelle formulazioni iniziali……... 26

Capitolo 2. Stato dell'arte

2.1 Aspetti generali e tecniche base…… 27

2.2 Tecniche multimodali…..…..…….....……. 38

2.3 Tecniche adattive…….. 43

2.4 Tecniche recenti……..... 56

2.5 Tecniche per strutture planimetricamente irregolari……..... 57

2.5.1 Comportamento di edifici planimetricamente irregolari 58

2.6 Le formulazioni normative…….….. 75

2.6.1 ASNL secondo NTC2008……. 76

2.6.2 ASNL secondo Eurocodice 8……..... 81

2.6.3 ASNL secondo FEMA 356……... 83

2.7 Sintesi delle procedure esistenti in letteratura…….……..... 87

Capitolo 3. Benchmark: Analisi dinamica non lineare

3.1 Aspetti generali……. 89

3.2 Definizione dell'input sismico.....……... 92

3.3 Metodi di generazione basati sugli spettri……..... 96

Capitolo 4. Combinazione dei contributi modali nella MPA

4.1 Aspetti generali..... 100
4.2 Tecniche per la combinazione dei contributi modali considerando le caratteristiche isteretiche dei sistemi SDOF. 104
4.3 Formulazione parametrica dell'equazione del moto di un oscillatore isteretico sottoposto ad input bianco..... 105
4.4 Linearizzazione equivalente..... 111
4.5 Coefficienti di correlazione isteretici derivati per input bianco..... 117
4.6 Coefficienti di correlazione isteretici considerando un input spettrocompatibile..... 125
4.7 Discussione sui coefficienti di correlazione non lineari..... 137
4.8 Efficienza dei coefficienti di correlazione non-lineari nella combinazione delle risposte "modali" 138
4.9 Considerazioni conclusive..... 142

Capitolo 5. Analisi numeriche: Telai bidimensionali

5.1 Criteri di verifica dell'accuratezza delle procedure di ASNL attraverso analisi numeriche..... 145
5.2 Caratteristiche dell'input e dei modelli..... 150
5.3 Risultati e confronti per telai bidimensionali regolari..... 155
5.4 Risultati e confronti per telai bidimensionali irregolari 166

Capitolo 6. Una nuova proposta per l'analisi statica non lineare di strutture spaziali irregolari

6.1 Aspetti generali..... 175
6.2 Alcuni aspetti nelle procedure per la valutazione della risposta di strutture irregolari in pianta..... 177
6.3 Indagini parametriche preliminari..... 180
6.4 Nuova tecnica proposta..... 188
6.5 Validazione della procedura: caratteristiche dei modelli strutturali e dell'input..... 191
6.6 Considerazioni preliminari sulla risposta dinamica non lineare delle strutture..... 201
6.7 Confronto fra le tecniche di analisi statica non lineare..... 207
6.8 Risultati modello 1 punti di controllo baricentri delle masse.... 208
6.9 Risultati modello 1 punti di controllo T1BM..... 211
6.10 Risultati modello 1 punti di controllo T2BR..... 213
6.11 Risultati modello 2 punti di controllo baricentri delle masse.... 215
6.12 Risultati modello 2 punti di controllo T1BM..... 217
6.13 Risultati modello 2 punti di controllo T2BR..... 219
6.14 Risultati modello 3 punti di controllo baricentri delle masse.... 221
6.15 Risultati modello 3 punti di controllo T1BM..... 223
6.16 Risultati modello 3 punti di controllo T2BR..... 225

Conclusioni…… 227

Bibliografia……...…… 233

Regesto dei capitoli

Nel primo capitolo verranno discussi i campi di applicazione, i pregi e i difetti dell'analisi statica non lineare. Verrà riportata anche una descrizione dettagliata, seppur di carattere generale, della formulazione e delle caratteristiche fondamentali della procedura, e una discussione riguardante i problemi di questa tecnica.

Nel secondo capitolo verrà presentata un'analisi critica dello stato dell'arte, attraverso la comparazione delle principali procedure presenti in letteratura e nelle normative nazionali ed internazionali. Verranno enfatizzate le problematiche riguardanti il comportamento sismico delle strutture non regolari in pianta, le difficoltà nella previsione della risposta attraverso l'analisi statica non lineare e alcune possibili soluzioni proposte da alcuni autori.

Nel terzo capitolo, con lo scopo di definire un benchmark attraverso l'Analisi Dinamica Non Lineare al passo, per la successiva valutazione dell'accuratezza di procedure di analisi statica non lineare presenti in letteratura e innovative, verranno presentate due tecniche di generazione utilizzate per la definizione dell'input.

Il capitolo quarto riguarderà le caratteristiche dei coefficienti di correlazione non lineari da utilizzare in una versione innovativa della Modal Pushover Analysis da applicare alle strutture planimetricamente irregolari; verrà, anche, commentato un esteso studio parametrico attraverso il quale verranno evidenziato i corretti campi di applicazione di questi coefficienti.

Nel capitolo 5 verrà confrontata l'accuratezza delle più accreditate procedure di analisi nel prevedere la risposta di telai piani regolari e irregolari in altezza attraverso analisi numeriche, verranno nel seguito discussi i risultati, confrontandoli con i risultati forniti dall'analisi dinamica non lineare.

Infine nel sesto capitolo, verrà presentata una procedura innovativa di analisi per strutture irregolari sia planimetricamente che altimetricamente e verranno discussi e confrontati i risultati di quest'ultima con le più innovative tecniche presenti in letteratura. Il campione studio sarà composto da tre modelli tridimensionali a vario modo irregolari.

Introduzione

La valutazione delle prestazioni delle strutture in c.a. in presenza di azioni sismiche è uno dei temi di maggiore interesse sia nell'ambiente scientifico che in quello professionale, sempre più spesso chiamati a svolgere incarichi di valutazione della vulnerabilità di edifici esistenti o progettazione di nuove strutture in zone ad elevata sismicità.
L'analisi dinamica non-lineare costituisce attualmente lo strumento più affidabile e rigoroso per la valutazione della domanda sismica delle strutture. Tuttavia, l'elevato grado di dettaglio dei modelli che descrivono la struttura, l'onere computazionale richiesto e la complessa definizione dell'input sismico ne rendono impraticabile l'impiego nei comuni ambienti professionali.

Così è nata la necessità di rendere disponibile uno strumento di calcolo semplice, in grado di fornire le indicazioni sul comportamento non-lineare della struttura in presenza di eventi sismici di intensità eccezionale, e di sostituire nel modo migliore il ruolo svolto dall'analisi dinamica non-lineare.

Negli ultimi decenni, a tal riguardo, l'analisi statica non-lineare, altrimenti nota nell'ambito della ingegneria sismica come ***PushOver***

Analysis (POA), ha suscitato grande interesse, costituendo un intenso campo di ricerca.

Questa tecnica, attraverso la definizione di modelli matematici più semplici, tempi di esecuzione assai inferiori a quelli richiesti dall'analisi dinamica non-lineare e una definizione dell'azione sismica notevolmente più semplice si configura come un valido strumento alternativo, impiegabile sia in fase di progetto su edifici di nuova costruzione che di verifica su edifici esistenti.

Sebbene i primi metodi di analisi statica non lineare abbiano visto la luce già attorno alla metà degli anni '70, soltanto di recente hanno ottenuto la giusta importanza con il loro inserimento nei principali codici di progettazione antisismica nazionali ed internazionali (*FEMA 356, Eurocodice 8, ATC 40, Norme tecniche per le costruzioni, 2008*).

Le moderne normative sismiche, infatti, riconoscono l'importanza di tale procedura di calcolo sia per la progettazione e la realizzazione di nuovi edifici che per la valutazione della sicurezza sismica di edifici esistenti spesso progettati per far fronte ai soli carichi verticali, o con principi e metodologie di calcolo per le costruzioni in zona sismica spesso non sufficientemente efficaci.
Nonostante ciò, sia in campo nazionale che internazionale, non vi è unanime consenso fra gli studiosi nel definire le procedure di applicazione della POA. In particolare tre aspetti intimamente correlati fra loro richiedono adeguati approfondimenti. Il primo è legato alla necessità di tenere debitamente in conto, nella valutazione della risposta non-lineare, del contributo dei modi superiori. Il secondo riguarda il cambio delle caratteristiche dinamiche della

struttura, durante il corso dell'evento sismico, dovuto al progredire delle plasticizzazioni. Il terzo è legato alla necessità di "combinare" gli effetti indotti sulla struttura tenendo in conto i primi due aspetti citati sopra.

Riguardo al percorso seguito per dare risposta all'influenza dei modi superiori in campo non lineare, le procedure presenti in letteratura possono dividersi in due grandi gruppi. Del primo fanno parte le procedure che, derivate dall'estensione al campo non-lineare delle tecniche di analisi modale per sistemi elastici lineari, prevedono l'esecuzioni di più POA, una per ogni modo significativo, richiedendo la combinazione delle risposte a valle dell'analisi.

Del secondo fanno parte le procedure che, sfruttando la ben nota sensibilità della risposta non-lineare della struttura alla forma del profilo di carico, ne prevedono la definizione, tramite la opportuna "combinazione" a monte dell'analisi, di profili corrispondenti a più modi di vibrare della struttura.

Questea ultime procedure consentono di ottenere i risultati attraverso una unica POA. Per le procedure di entrambi i gruppi, tuttavia, gli aspetti sopra elencanti rivestono un ruolo cruciale nel determinare l'accuratezza del metodo.

Le ricerche svolte, in tal senso, hanno portato inizialmente a testare l'utilizzo dei coefficienti di correlazione non lineare nella combinazione dei massimi modali, ottenuti attraverso la MPA (Chopra 2004), sugli edifici tridimensionali irregolari planimetricamente. In seguito, invece, cambiando approccio al problema, capendo la difficoltà nel codificare una tecnica che riproducesse in maniera esatte i risultati della Time History, si è

sviluppata una procedura innovativa, che basandosi sulla filosofia di una tecnica sviluppata da Fajfar nel 2012, provasse ad inviluppare i valori della dinamica non lineare non sovrastimando, eccessivamente, la domanda sismica ai vari piani.

1 ANALISI STATICA NON LINEARE: PROCEDURA DI BASE

1.1 La procedura

L' analisi statica non lineare (o "analisi di spinta", espressione mutuata dal linguaggio tecnico anglosassone "Pushover analysis") è una procedura impiegata per determinare il comportamento di una struttura a fronte di una determinata azione sismica.

La procedura è stata formulata come estensione in campo non lineare della analisi dinamica semplificata (altrimenti nota come analisi statica equivalente) per sistemi elastici lineari che, come è noto, può essere derivata sotto alcune elementari ipotesi semplificative, dalla più rigorosa tecnica di analisi dinamica modale.

Le prime formulazioni dell'analisi statica non lineare prevedevano l'applicazione di carichi gravitazionali (carichi permanenti ed opportune aliquote di quelli variabili) e di una distribuzione di forze

statiche orizzontali, con profilo invariante o adattivo. Le forze, applicate nel baricentro delle masse di ogni impalcato, vengono fatte crescere monotonicamente, facendo crescere lo spostamento orizzontale di un punto di controllo della risposta della struttura, solitamente scelto coincidente con il baricentro delle masse dell'ultimo impalcato (analisi di spinta).

L'analisi di spinta consente di definire un legame scalare forza-spostamento caratteristico del sistema studiato, detto *curva di capacità*, che è definita nel piano cartesiano avente in ordinata il taglio sismico alla base, e in ascissa lo spostamento del punto di controllo; per fissata forma del profilo di forze la curva è una caratteristica intrinseca della struttura e non dipende dall'input sismico.

Nel ricercare la capacità della struttura, l'analisi termina quando si registra una crisi locale, per superamento della resistenza di un meccanismo fragile o per superamento delle capacità deformative di un elemento, o crisi globale della struttura, indicando con quest'ultima una perdita di resistenza rispetto al valore massimo superiore ad una certa aliquota (convenzionale), crisi per instabilità globale nel campo dei grandi spostamenti, eccesso di deformazioni.

La curva permette di definire la capacità di resistenza e di spostamento della struttura attraverso semplici scalari, e di ricondurre la valutazione della domanda sismica di progetto alla struttura reale alla ricerca dello spostamento massimo di un sistema SDOF equivalente soggetto alla medesima azione esterna.

Nell'eseguire l'analisi di spinta giocano un ruolo decisivo i criteri utilizzati per la definizione della forma del profilo di forze laterali, mentre nel valutare la domanda sismica, particolare attenzione è stata

dedicata ai criteri di definizione del sistema SDOF equivalente e di valutazione dello spostamento ad esso richiesto dal sisma.

La forma del profilo di carico deve non solo rappresentare la distribuzione altimetrica (ai piani) e planimetrica delle forze di inerzia, ma anche consentire di rappresentarne l'effettiva evoluzione in ragione del danneggiamento della struttura sottoposta al sisma. Questo aspetto diventa particolarmente rilevante nel caso di strutture in grado di effettuare grandi escursioni in campo plastico e quindi esibire un comportamento fortemente non lineare.

Le prime procedure di pushover convenzionali prevedevano l'applicazione di un unico vettore di forze da applicare ai piani, il cui profilo era derivato dalla forma del primo modo di vibrare, e rimaneva invariato durante l'analisi.

Tali assunzioni implicavano che la risposta fosse controllata da un unico modo e che la forma di questo rimanesse costante per tutta la durata della storia temporale. Ancorché entrambi i presupposti siano fortemente approssimati, gli studi condotti hanno indicato che queste ipotesi conducono ad una buona predizione della risposta sismica di strutture a più gradi di libertà, purché la loro risposta sia dominata da un unico modo di vibrare, e le plasticizzazioni distribuite uniformemente nella struttura. Queste ipotesi consentono di riprodurre correttamente il comportamento di strutture regolari che presentano modi realmente dominanti, mentre possono portare ad una inadeguata stima della capacità e della domanda nel caso di strutture non regolari.

Il carattere invariante della forma del profilo di carico rappresenta una delle maggiori limitazioni per le procedure statiche non lineari a causa del fatto che, la reale distribuzione delle forze inerziali sull'edificio

cambia continuamente nel corso di un evento sismico, sia per il degrado strutturale che di fatto provoca la perdita della forma del modo di vibrazione originariamente considerato, sia per il diverso combinarsi nel tempo del contributo dei modi di vibrare superiori soprattutto se la struttura presenta irregolarità in pianta e/o in elevazione.

Per ridurre la perdita di accuratezza del metodo legate a queste approssimazioni, sono state proposte in letteratura procedure avanzate per tenere conto dei modi di vibrare superiori e del progredire del danneggiamento strutturale durante l'analisi che verranno discusse nel successivo capitolo.

La definizione del sistema SDOF equivalente presenta due criticità: la prima, legata all'individuazione della porzione di massa efficace dell'edificio che partecipa al moto del SDOF, che in via semplificata viene ricavata in base alle procedure di analisi dinamica modale in campo elastico, assumendo come significativo il primo modo di vibrare; la seconda legata alle scelta dei criteri con cui "regolarizzare" la curva di spinta con una polilatera, e alla definizione dei criteri con i quali ricavare da essa, ed insieme alla massa efficace, le caratteristiche dinamiche e meccaniche del sistema SDOF equivalente.

In sintesi, gli step da percorrere e i problemi connessi alla definizione dei metodi e delle procedure possono riassumersi nei seguenti:

- profili di carico, (invarianti, adattivi, secanti o incrementali)
- regolarizzazione della curva di spinta
- definizione del SDOF equivalente

1.2 Profili di carico

Le tecniche POA si pongono l'obiettivo di rappresentare il comportamento non-lineare e di determinare una stima della domanda sismica. Un tema cruciale è rappresentato dalla scelta della distribuzione delle forze laterali.

In letteratura non sono state ancora individuate formulazioni tali da definire la forma del profilo "ottimale" da impiegare in relazione alla tipologia strutturale o alle caratteristiche dell'input sismico. La classificazione dei profili in "gruppi" può essere redatta in vari modi, considerando che è possibile definire profili invarianti, adattivi, monomodali, multimodali.

La classificazione che si è scelto di seguire prevede la distinzione dei profili di carico in due grandi gruppi:

- I profili di carico *fissi o invarianti* che si basano su una distribuzione di forze costante durante tutto l'evento sismico e sul fatto che la massima deformazione ottenuta da questo profilo può essere confrontata con quella attesa per il terremoto di progetto.

  Questa assunzione è realistica nel caso in cui la risposta della struttura non risente degli effetti dei modi superiori o quando la struttura ha un solo meccanismo di collasso che può essere individuato da un profilo invariante.

  Naturalmente questo tipo di profili non può rappresentare la ridistribuzione delle forze inerziali che avviene quando si genera un meccanismo locale e le proprietà dinamiche della struttura cambiano di conseguenza.

L'impiego di questi profili può condurre a risultati fuorvianti nel caso di strutture a comportamento fortemente non lineare in grado di raggiungere grandi deformazioni plastiche. In particolar modo quando queste sono localizzate solo in alcune zone della costruzione possono cambiare le caratteristiche dinamiche dell'edificio, modificando il comportamento che questo esibirebbe considerando una distribuzione invariante delle forze inerziali.

- I profili di carico *adattivi:* si basano su un vettore di carico che viene aggiornato durante le fasi dell'analisi, in modo da riflettere il degrado di rigidezza del sistema.

Tra le *distribuzioni invarianti* si distinguono:

a. La distribuzione *uniforme* (monomodale): le forze sismiche sono proporzionali ai pesi sismici di piano Wi. L'analisi di *pushover* con distribuzione uniforme è proposta dalle normative perché si presuppone che tale distribuzione di forze riesca a cogliere il comportamento ultimo di una struttura che va in crisi con un meccanismo di piano debole formatosi alla base.

b. La distribuzione *triangolare* (monomodale): la forza sismica al piano è proporzionale al prodotto del peso sismico di piano W_i per l'altezza dell'impalcato dallo spiccato delle fondazioni; in presenza di masse di piano costanti lungo l'altezza le forze sono quindi distribuite con un andamento lineare con forze massime in sommità.

c. La distribuzione *proporzionale alla forma del primo modo di vibrare* (monomodale): la forza sismica di piano è proporzionale al prodotto di Wi per lo spostamento di piano associato alla prima forma modale del sistema elastico. Rispetto alla distribuzione triangolare si rimuove l'ipotesi che il modo di vibrare fondamentale della struttura sia rappresentato da una retta, ma viene effettivamente valutata la forma modale fondamentale. Distribuire le forze laterali proporzionalmente agli spostamenti di un modo dominante permette di approssimare meglio la risposta di una struttura nella quale i modi fondamentali non sono rappresentati da una variazione lineare lungo l'altezza.

Le distribuzioni invarianti multi-modali, includono il contributo dei modi superiori e forniscono risultati più accurati nel caso di strutture irregolari o con un numero elevato di piani che concentrano plasticizzazioni nei piani superiori.

Le *distribuzioni adattive* sono quelle in cui la forma del profilo di carico si modifica durante l'analisi in funzione della plasticizzazione della struttura.

Le analisi adattive mono/multi-modali sono state concepite con l'obiettivo di ottenere un maggiore grado di accuratezza nel caso di strutture che presentano bruschi cambi di rigidezza, in corrispondenza della sezione sede di formazione di cerniere plastiche.

Tra le proposte per i profili di carico variabili nel tempo si distinguono:

d. Distribuzioni Adattive monomodali

e. Distribuzioni Adattive multimodali

f. Distribuzioni Adattiva multimodale con spettro di risposta

1.3 Curva di spinta

Il primo risultato di un'analisi pushover è la *curva di spinta* o *di capacità* della struttura (Fig.1.1) che descrive le caratteristiche intrinseche del sistema resistente in termini di taglio alla base e spostamento in sommità della struttura.

Tale curva, che rappresenta il comportamento del sistema in termini di resistenza, definisce indipendentemente da qualsiasi richiesta sismica un legame semplificato della struttura e cambia al variare della tipologia, del materiale, della configurazione geometrica e del profilo di forze che si applica; al variare di queste condizioni e quindi della rigidezza, essa può presentare forme differenti con pendenze post-elastiche orizzontali, incrudenti o decadenti (Fig.2.2). Si osserva che il primo tratto è caratterizzato da un comportamento pressochè elastico lineare fino allo snervamento e da un comportamento post-elastico non lineare.

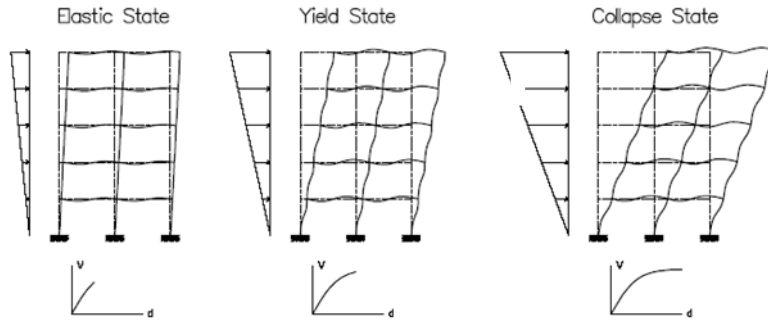


Fig. 1.1. *Evoluzione della curva di Pushover*

La curva di spinta ricavata dall'analisi di pushover deve quindi essere convertita in una curva bilineare in modo da poter effettuare il confronto con la domanda richiesta e valutare l'entità del danno che l'azione sismica impone. I criteri che possono essere utilizzati per tale conversione sono svariati e possono influenzare sensibilmente i risultati. Questa influenza è particolarmente sentita quando si utilizzano spettri inelastici, o quando le iterazioni della procedura sono basate sulla ricerca dell'uguaglianza tra la duttilità disponibile, che dipende sensibilmente dalle caratteristiche della curva bilineare, e quella richiesta corrispondente allo spettro inelastico ed è amplificato nel caso si utilizzino spettri di terremoti reali.

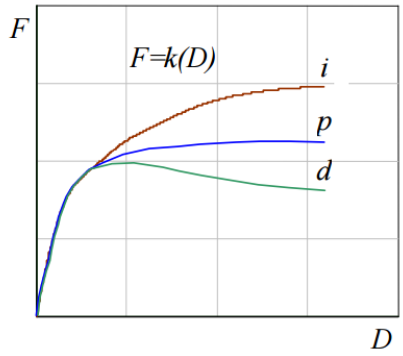


Fig. 1.2. *Curva di Pushover: (i) incrudente, (p) perfettamente plastica, (d) degradante*

Infatti l'andamento della curva di domanda riportata nel formato ADRS è spesso tale che l'intersezione con la curva di capacità convertita in forma bilineare potrebbe non essere univocamente definita.

1.4 Sistema equivalente

La curva di capacità, ottenuta dall'analisi di Pushover, è rappresentativa del comportamento sismico globale dell'edificio

multipiano a più gradi di libertà (MDOF). I parametri deformativi e di resistenza da essa rappresentati, quali ad esempio lo spostamento in testa e il taglio alla base, vanno trasformati nelle analoghe quantità relative ad un oscillatore semplice equivalente SDOF, consentendo in tal modo l'applicazione di un'analisi spettrale per la valutazione della domanda sismica ed il confronto tra domanda e capacità strutturale.

L'istituzione dell'equivalenza con un oscillatore semplice è stata introdotta per la prima volta da *Shibata-Sozen* nel 1976 con l'approccio della struttura *sostitutiva* e ripreso da *Saiidi-Sozen* (1981) nel *Q-model*. In tale modello è definito un oscillatore semplice costituito da un'asta rigida di lunghezza L_e (lunghezza equivalente tale che lo spostamento della massa dell'oscillatore, concentrata all'altezza L_e, coincida con lo spostamento del MDOF alla stessa quota), vincolato al suolo con una molla rotazionale di rigidezza effettiva K (definita in termini di momento alla base e spostamento alla quota L_e) e di massa assegnata M_{eq}.

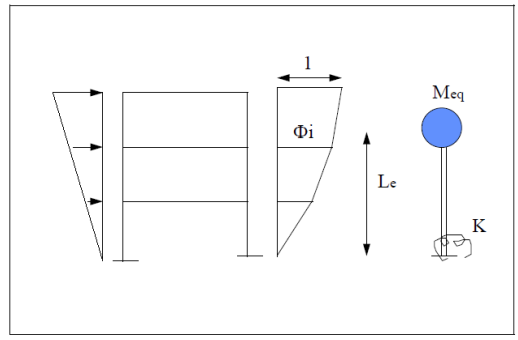


Fig. 1.3 *Oscillatore semplice (Polese,1999)*

Lo studio di questo sistema approssimato permette di determinare il periodo equivalente dell'oscillatore elementare T^* in corrispondenza

del quale è possibile leggere la risposta sullo spettro opportuno. I diversi approcci per determinare l'equivalenza tra i due sistemi si basa sull'ipotesi, non corretta, che la deformata del sistema a più gradi di libertà MDOF possa essere rappresentata da un vettore forma che si mantiene costante nelle varie fasi della storia di carico, indipendentemente dal livello di deformazione e che la risposta della struttura in esame sia dominata da un singolo modo.

1.5 Bilinearizzazione della curva di capacità

La bilinearizzazione della curva di capacità ricavata dall'analisi di pushover è uno dei problemi sul quale non c'è unanime consenso dell'analisi non lineare. Le caratteristiche dinamiche dell'oscillatore isteretico SDOF equivalente sono infatti dipendenti dalla modalità di bilinearizzazione della curva di spinta e la loro modifica contribuisce in maniera rilevante alla variazione della stima della risposta del sistema.

I criteri che possono essere utilizzati sono svariati e possono sensibilmente influenzare i risultati considerando anche che le curve di pushover hanno in genere un comportamento non lineare anche nella prima fase e questo fa sì che l'individuazione della rigidezza iniziale sia influenzata dal valore della resistenza di prima fessurazione, o che l'individuazione della soglia di snervamento non sia univoca né immediata.

Risulta dunque necessario effettuare una linearizzazione della curva di spinta, approssimandola con una spezzata che rappresenti correttamente l'andamento e che consenta di trarre tutte le informazioni utili al suo utilizzo come ad esempio la rigidezza del

sistema equivalente da cui si ricava il periodo proprio dell'oscillatore con il minore errore possibile. Tra i vari criteri di bilinearizzazione Moehle et al. (1991), sulla base di considerazioni relative alla rigidezza elastica per lo stato di esercizio del sistema al sopraggiungere del sisma suggeriscono di prendere come rigidezza K_0 quella che tiene conto della fessurazione degli elementi per i carichi gravitazionali e di imporre l'uguaglianza delle energie assorbite, che si traduce nell'uguaglianza delle aree sottese dalla curva e dalla sua linearizzazione come mostrato in fig.1.4

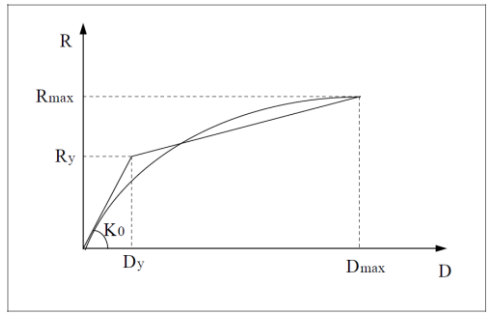


Fig. 1.4 *Bilinearizzazione secondo Moehle et al.(1991)*

Altri autori (Reinhorn,1997) definiscono la bilineare equivalente sulla base della rigidezza post-snervamento, valutata in modo da riprodurre l'inclinazione della tangente alla curva di push-over nella parte finale (fig.1.5) e determinano la rigidezza iniziale in modo che si abbia l'uguaglianza delle aree sottese.

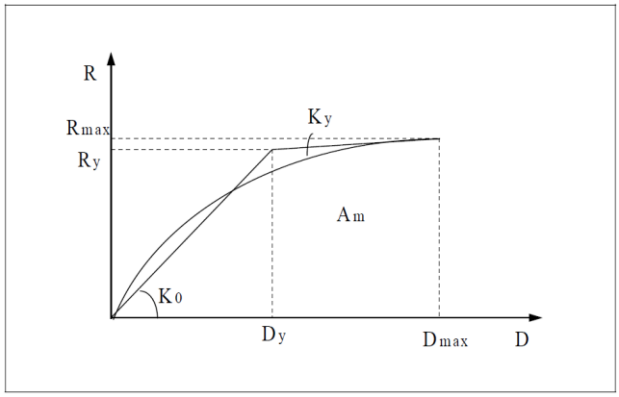


Fig. 1.5 *Bilinearizzazione secondo Reinhorn (1997)*

Generalmente si può ottenere una efficiente stima del valore di k*e Fy* definendo un sistema equivalente a comportamento elasto-perfettamente plastico con soglia plastica definita dalla resistenza massima e con rigidezza tale da ottenere l'equivalenza energetica tra la curva di capacità e la bilineare fino al punto che definisce la resistenza massima e il suo spostamento corrispondente. Questo criterio può essere applicato anche definendo un comportamento elasto-plastico incrudente e valori di resistenza massima non necessariamente coincidenti con quelli della curva di partenza.

Queste ipotesi possono condurre a definire curve bilineari più rispondenti a quella originale, ma diviene necessario anche definire i due parametri che ne caratterizzano la geometria e che sono rappresentati dalle pendenze dei due tratti della curva, quello elastico e quello plastico in quanto vi sono casi in cui questo procedimento non risulta soddisfacente ad esempio nel caso di curva di spinta senza plateau orizzontale.

In questi casi è possibile definire la pendenza iniziale considerando una retta tangente all'origine o una retta secante alla curva di capacità in un punto corrispondente ad un taglio alla base pari al 60% o 70% del valore del taglio massimo ed una retta tangente alla curva in un punto opportuno che può essere il punto di picco o il valore di resistenza ultimo.

1.6 Le verifiche di sicurezza

Una volta definita la bilinerare del sistema ad un grado di libertà equivalente, è facile tramite questa trovare la rigidezza del sistema SDOF associato alla struttura. Fatto questo conoscendo la massa partecipante associata all'autovettore utilizzato per la definizione del profilo di carico, è possibile risalire al *periodo equivalente* tramite la [1] con cui stimare la domanda sismica

$$\mathbf{T} = 2\pi\sqrt{\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{K}}}; \qquad \textbf{[1]}$$

attraverso spettri di risposta non lineari o elastici per strutture con periodo elevato. Nello specifico, trovato lo spostamento del sistema ad un grado di libertà bisognerà ricondurlo al sistema MDOF. Questo si potrà fare attraverso diverse procedure, una di queste consiste nel passare da un sistema ad un altro, attraverso il fattore di partecipazione modale. Infine per effettuare la verifica di sicurezza, bisognerà controllare che il profilo dei drift d'interpiano, ottenuto dalla curva di pushover nell'istante in cui lo spostamento in testa ha raggiunto il valore trovato tramite spettro di risposta non lineare, sia compatibile con la capacità deformativa della struttura. Come

accennato prima, per i meccanismi duttili le verifiche andranno condotte in termini cinematici per quelli fragili in termini di resistenza.

1.7 Problemi e limiti nelle formulazioni iniziali

Come evidenziato nei paragrafi precedenti, le formulazioni inziali dell'analisi statica non lineare colgono discretamente bene il comportamento di strutture regolari a comportamento debolmente non lineare. Nel caso in cui una struttura dovesse esibire un comportamento fortemente non lineare o avere una impostazione planimetrica o altimetrica non regolare queste prime procedure cadono in difetto. Per questo dall'ultimo decennio del XX secolo si sono susseguite diverse proposte per riuscire a riprodurre anche con la POA il comportamento di queste particolari tipologie strutturali. Due sono stati i filoni maggiormente studiati: la famiglia delle tecniche pushover *multimodali* e quella relativa alle procedure *adattive*.

2 STATO DELL'ARTE

2.1 Aspetti generali e tecniche base

Osservando che la risposta statica di una struttura a comportamento non lineare è fortemente influenzata dalla forma del profilo di forze applicato, e evidenziando che l'accuratezza dell'ASNL è dipendente dal metodo di stima dello spostamento richiesto, numerosi ricercatori hanno cercato di incrementare l'efficacia delle prime formulazioni delle procedure di analisi statica non lineare proponendo differenti criteri con cui distribuire le forze lungo l'altezza della struttura e determinare l'entità dello spostamento massimo richiesto. In quest'ambito, le ricerche condotte hanno evidenziato le significative difficoltà emerse nel definire il "benchmark" con cui valutare l'efficacia delle procedure, a causa della grande variabilità della risposta dinamica in relazione alle caratteristiche dell'eccitazione sismica e dei modelli impiegati per la sua caratterizzazione.

Sulla base di queste osservazioni, nel definire i modelli del profilo di forze, i codici normativi si sono prefissi l'obiettivo di ottenere tramite

l'analisi statica non lineare, una previsione conservativa della domanda sismica in che costituisse l'inviluppo delle possibili domande attese in presenza di eventi sismici diversi. L'obiettivo è perseguito prescrivendo di calcolare la risposta assumendo due o più profili di forze, e valutare la domanda come inviluppo di quelle fornite dalle diverse analisi.

Non tutte le ricerche svolte negli ultimi anni hanno recepito tale impostazione, e pertanto lo sviluppo dell'ASNL è stato condotto seguendo diversi approcci. Un primo tende a riprodurre nella maniera più fedele possibile il comportamento di una struttura soggetta ad un determinato sisma, il secondo invece mira a migliorare la strategia adottata dalle principali normative internazionali, riducendo la forbice dei risultati ottenuti con le diverse analisi da cui costruire l'inviluppo. Del primo gruppo fanno parte due correnti; la prima aspira a riprodurre il comportamento di un terremoto in particolare, utilizzando un accelerogramma specifico in una analisi dinamica non lineare e applicando la ASNL per riprodurre il più fedelmente possibile questo comportamento. Il secondo filone invece lavorando con spettri di risposta medi, prova a rappresentare la "sismicità di un luogo" valutando le risposte attraverso la media dei risultati ottenuti per diversi accelerogrammi.

Tecniche di base

Le prime procedure di analisi statica non lineare che hanno raggiunto un livello di completezza tale da ricevere un unanime consenso, e costituire riferimento per i codici normativi, sono state:

-il metodo dello spettro di capacità, CSM, (Freeman,1998)

-il metodo N2, (Fajfar,1999)

-il metodo del coefficiente di spostamento, (DCM)

Il CSM ed il metodo N2, nonostante le differenze concettuali che li distinguono, si basano sullo studio del sistema equivalente ad un grado di libertà e si articolano entrambi in due fasi fondamentali.

La prima consiste nella *determinazione della curva di prestazione*, che descrive l'evoluzione della risposta strutturale all'aumentare dell'intensità dell'evento sismico. Ciò si ottiene attraverso un'analisi statica incrementale, nella quale l'intensità delle forze orizzontali agenti sulla struttura viene incrementata monotonicamente fino al raggiungimento di un assegnato stato limite, come ad esempio il collasso della struttura.

La seconda fase consiste nell'individuare sulla curva di prestazione il punto corrispondente alla risposta inelastica del telaio conseguente alla PGA assegnata, attraverso la definizione e la valutazione della domanda di un sistema SDOF *equivalente*. La domanda per il sistema SDOF nel caso del metodo dello spettro di capacità, è valutata sulla base della risposta di un sistema elastico caratterizzato da uno smorzamento equivalente superiore a quello effettivo della struttura per tener conto dell'energia dissipata per isteresi; se invece si impiega il metodo N2 il sistema equivalente è caratterizzato da un comportamento inelastico.

Il Capacity Spectrum Method (CSM)

Nello specifico il CSM, originariamente proposto da *Freeman* (1998) è divenuto il nucleo della procedura basata sulla prestazione per la verifica e l'adeguamento di edifici in c.a. descritta nell'ATC-40. La

procedura fornisce, mediante un'opportuna rappresentazione grafica, la prestazione sismica di una struttura soggetta ad un dato terremoto che viene individuata come intersezione, nel formato spettrale (ADRS), della curva di capacità della struttura con uno spettro di risposta, appropriatamente ridotto rispetto a quello elastico, rappresentativo della richiesta in spostamento indotta dal terremoto sulla struttura stessa. Tale intersezione è il punto di funzionamento (PP) le cui coordinate definiscono l'accelerazione e lo spostamento massimi attesi nella struttura in esame. Qualunque sia la distribuzione di forze laterali, la capacità è rappresentata da un diagramma taglio alla base-spostamento che tiene conto del degrado in termini di rigidezza degli elementi strutturali. La curva di capacità, ottenuta mediante un'analisi push-over, viene quindi bilinearizzata utilizzando le caratteristiche dinamiche fondamentali del sistema equivalente SDOF, determinando quindi un "punto di snervamento" coincidente con il limite elastico e determinando successivamente i valori di picco della resistenza e della capacità di spostamento del sistema inelastico. Attraverso un'analisi modale condotta per il sistema MDOF a comportamento infinitamente elastico, si determinano le caratteristiche modali, e la curva di spinta viene convertita nella corrispondente curva del sistema SDOF, riportandola cosi nel piano delle coordinate spettrali (S_a, S_d). Per tener conto delle caratteristiche isteretiche della risposta inelastica del sistema, si determinano spettri di risposta elastici per diversi livelli di smorzamento viscoso equivalente, e, nello stesso grafico, si sovrappongono lo spettro di capacità e la famiglia di spettri a diverso smorzamento. Partendo da un valore di tentativo dello smorzamento equivalente, l'intersezione dello spettro corrispondente con la curva di capacità rappresenta la

domanda che il sisma richiede alla struttura. Aggiornato lo smorzamento equivalente in funzione dello spostamento ottenuto, si itera la procedura. A convergenza raggiunta il PP deve essere convertito dal formato spettrale a quello corrente e confrontato con i valori limite relativi all'obiettivo di prestazione considerato per verificare la sicurezza e lo stato di danno della struttura. Questo metodo consente di valutare la vulnerabilità di molti edifici e di correlare gli stati di danneggiamento progressivi con l'ampiezza del sisma in esame. Concettualmente è una metodologia semplice ma iterativa e non sempre convergente (*Chopra*&*Goel*,1999).

Nel 2000 è stato proposto un CSM modificato che, attraverso l'introduzione dello spettro di domanda a smorzamento variabile consente di determinare direttamente il PP (pur garantendo gli stessi risultati del metodo originario) usando semplici diagrammi affini ai tradizionali spettri di risposta e curve di variazione del periodo equivalente in funzione del rapporto tra l'accelerazione di snervamento, a_y, e quella elastica, a_e. (*Albanesi, Nuti* & *Vanzi,* 2000)

Queste curve possono facilmente ricavarsi per qualunque spettro di risposta e consentono di calcolare direttamente il PP di una struttura soggetta ad un'azione sismica compatibile con tale spettro.

Il metodo N2 (*Fajfar* &*Fischinger*, 1988)

Nella tecnica N2 il nome del metodo sintetizza i suoi due aspetti peculiari. La sigla indica, infatti, che il metodo è non lineare (N) ed utilizza "2" modelli di calcolo della struttura (schematizzazione della struttura e comportamento dei materiali).

La procedura è stata inizialmente influenzata dal modello sviluppato da *Saiidi e Sozen* (1981). Dalla versione originaria (*Fajfar* &*Fischinger*,

1988) il metodo è stato lentamente sviluppato fino alla versione finale (*Fajfar* 1996,1999) estendendone l'applicabilità anche a strutture intelaiate tamponate ed ai ponti.

Il metodo N2 si basa sugli stessi concetti del metodo CSM ma non richiede iterazioni e valuta la domanda inelastica attraverso spettri inelastici anziché spettri elastici a smorzamento modificato. Il metodo N2, anche esso basato sulla costruzione della curva di capacità, nella formulazione originaria ha un campo di applicazione limitato ad edifici che oscillano secondo il modo di vibrare fondamentale della struttura. Il metodo si articola nei passi di seguito descritti. Si determina la curva di capacità del sistema SDOF equivalente eseguendo un'analisi statica non lineare incrementale eccitando la struttura con un sistema di forze di piano crescenti secondo un unico moltiplicatore del carico, mantenendo la forma del profilo invariata nel tempo (profilo invariante). La distribuzione di forze F_i utilizzata nell'analisi è ottenuta moltiplicando un profilo di spostamenti Φ per le masse di piano m_i:

$$F_i = m_i \Phi_i ; \qquad [2.1]$$

La curva di capacità della struttura così ottenuta viene approssimata con una bilineare caratterizzata da un legame elastico – perfettamente plastico, che fornisce le caratteristiche della forza di richiamo del sistema SDOF equivalente. Nelle prime formulazioni la domanda di spostamento veniva valutata eseguendo un'integrazione al passo dell'equazione del moto (time-history) del sistema SDOF equivalente. Successivamente, in alternativa all'analisi dinamica è stato proposto l'utilizzo di spettri di risposta. La possibilità di rappresentare la domanda sismica in termini di Spettro di Risposta anelastico dell'oscillatore semplice, in modo da considerare la riduzione sulla

risposta a seguito della plasticizzazione di una o più parti della struttura, è legata alla determinazione del fattore di riduzione R_μ dovuto alla duttilità (secondo la terminologia originaria, più recentemente indicato come fattore di struttura *q)*, ottenuto come rapporto fra le accelerazioni corrispondenti al sistema elastico S_{ae} e quello anelastico S_{ad} relative al sistema SDOF:

$$R_\mu = \frac{S_{ae}(T^*)}{S_{a,y}} \; ; \qquad [2.2]$$

in cui $S_{a,y}$ è l'accelerazione di snervamento del sistema inelastico. Lo Spettro delle accelerazioni e quello relativo agli spostamenti di progetto possono essere ricavati rispettivamente attraverso le relazioni:

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_\mu} \; ; \qquad [2.3a]$$

$$R_\mu = \frac{F_{el}}{F_y}; \; F_y = \frac{F_{el}}{R_\mu}; \; \delta_y = \frac{F_y}{K} = \frac{F_{el}}{R_\mu K}; \quad [2.3b]$$

$$S_d = \delta_y \mu = \frac{F_{el}}{R_\mu K}\mu = S_{de}\frac{\mu}{R_\mu}; \quad [2.3c]$$

$$S_d = \frac{\mu}{R_\mu}S_{de} = \frac{\mu}{R_\mu}\frac{T^2}{4\pi^2}S_{ae} = \mu\frac{T^2}{4\pi^2}S_a; \qquad [2.3d]$$

dove S_{ae} ed S_{de} rappresentano i valori relativi agli Spettri elastici rispettivamente in accelerazione ed in spostamento, corrispondenti al periodo T e al fattore di duttilità μ.

Per quanto visto, quindi, il fattore R_μ, dovuto alla capacità di dissipazione di energia isteretica della struttura, dipende dal periodo proprio dell'oscillatore. Il suo valore secondo *Miranda e Bertero* (1994) assume i seguenti valori:

$$R_\mu = (\mu - 1)\frac{T}{T_C} + 1 \qquad T < T_C ; \qquad [2.4a]$$

$$R_\mu = \mu \qquad T \geq T_C ; \qquad [2.4b]$$

dove T_c rappresenta il periodo critico dell'oscillatore, solitamente identificato con il periodo di transizione dal segmento ad accelerazione costante dello Spettro di Risposta (plateaux compreso nell'intervallo dei brevi periodi) al segmento a velocità costante (intervallo superiore dei medi e lunghi periodi).

Le relazioni [2.3] e [2.4] suggeriscono che nel range dei medi e lunghi periodi gli spostamenti del sistema anelastico sono gli stessi del sistema considerato indefinitamente elastico. Questa regola fornisce risultati più accurati per strutture su suolo rigido e con comportamento isteretico piuttosto stabile; nel caso di comportamenti isteretici soggetti a fenomeni di pinching o a significative perdite di rigidezza i valori di spostamento inelastico rischiano di essere sottostimati. Nel caso di terreni soffici invece si dovrebbero utilizzare spettri inelastici modificati.

Nel campo di brevi periodi ($T<T_C$) la sensibilità degli spostamenti inelastici al variare dei parametri strutturali, e soprattutto al periodo e alla resistenza del sistema, è più importante che nel caso dei medio-lunghi periodi quindi la stima dello spostamento inelastico risulta meno accurata.

La domanda sismica per il sistema equivalente può essere determinata usando la procedura grafica in figura valida per valori del periodo T^* del sistema equivalente maggiori di T_C.

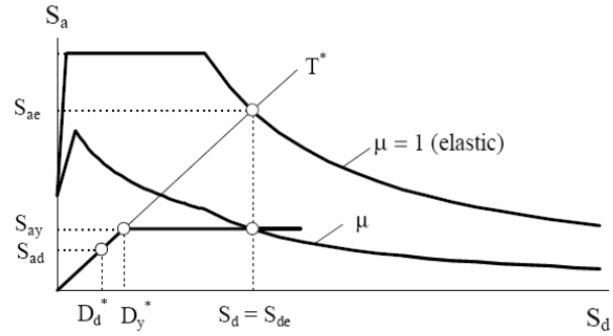


Fig. 2.1. *Procedura grafica per la determinazione della domanda sismica*

La rappresentazione prevede la contemporanea presenza dello spettro di domanda e della curva di capacità bilinearizzata. L'intersezione della retta uscente per l'origine per il periodo T^* e lo spettro elastico S_{ae} definisce la domanda in accelerazione richiesta nel caso di comportamento perfettamente elastico e la corrispondente domanda elastica in spostamento, pertanto D^* potrà essere desunto direttamente dallo spettro di risposta elastico.

Nei casi in cui il periodo T^* risulta inferiore a T_C invece, lo spostamento D^* è maggiore dello spostamento spettrale elastico S_{de} e può essere determinato amplificando quest'ultimo in funzione del fattore di riduzione delle forze sismiche R_μ . In virtù di quanto detto, poiché i codici forniscono lo spettro in termini di pseudo-accelerazione spettrale, calcolato il valore di S_{ae}, si determina D^* con le seguenti relazioni

$$D^* = S_{de} = \frac{T^{*2}}{4\pi^2} S_{ae} \qquad se\ T^* \geq T_C; \qquad [2.5a]$$

$$D^* = S_{de} \frac{1}{R_\mu}\left[1 + \left(R_\mu - 1\right)\frac{T_C}{T^*}\right] \qquad se\ T^* < T_C; \qquad [2.5b]$$

Ottenuto il valore di D^*, è possibile ricavare lo spostamento massimo in sommità D del sistema MDOF.

I limiti del metodo, evidenziati dallo stesso autore, sono connessi ai limiti della tecnica di identificazione delle caratteristiche del sistema equivalente, che non tengono in conto l'influenza dei modi superiori, né la progressiva perdita di rigidezza del sistema, e quelli connessi con l'impiego dello spettro inelastico; per quanto riguarda la costruzione dello spettro inoltre si evidenzia una fonte di approssimazioni che riguarda la determinazione di R_m dovuto all'eventuale incremento o decremento di rigidezza post-elastica.

Displacement coeffcient method (DCM)

Il Metodo del coefficiente di spostamento, che costituisce il nucleo della tecnica basata sulla prestazione sismica per la progettazione e la riabilitazione degli edifici proposto nel FEMA-273 (1997) per la stima del punto di funzionamento della struttura, inteso come massimo spostamento atteso in sommità D_t, combina l'analisi di spinta con una versione modificata *dell'ipotesi di uguale spostamento* secondo cui lo spostamento spettrale del sistema elastico lineare, d_e, o la pseudo accelerazione spettrale, a_e, corrispondente al periodo efficace T_{eff} ed allo smorzamento del sistema SDOF lineare equivalente, viene corretto mediante alcuni fattori moltiplicativi con la seguente relazione:

$$D_t = C_0 C_1 C_2 C_3 d_e = C_0 C_1 C_2 C_3 a_e \frac{T_{eff}^2}{4\pi^2}; \qquad [2.6]$$

dove:

C_0 correla lo spostamento spettrale al probabile spostamento elastico dell'ultimo livello;

C_1 correla il massimo spostamento anelastico atteso in sommità a quello elastico lineare, in strutture con cicli isteretici stabili ed ampi;

C_2 rappresenta l'effetto della forma isteretica sullo spostamento massimo atteso, ossia l'effetto del degrado della rigidezza e del deterioramento della resistenza;

C_3 considera l'incremento di spostamento dovuto agli effetti del secondo ordine.

I fattori correttivi, che descrivono quantitativamente le differenze tra il comportamento di sistemi MDOF ed i corrispondenti sistemi SDOF equivalenti, sono il risultato delle analisi parametriche statistiche condotte da *Krawinkler et al.* (1994), condotte come approfondimento dello studio svolto da *Newmark and Hall* (1973), confrontando la risposta di numerose strutture intelaiate in cemento armato, di diversa altezza e con differenti meccanismi di collasso, con quella di sistemi SDOF lineari e non lineari con periodo pari a quello fondamentale delle strutture considerate. Questi fattori sono stati ricavati per edifici strutturalmente regolari; nei casi in cui è necessario valutare gli spostamenti di interpiano o le rotazioni plastiche. Quando si attendono effetti dei modi superiori significativi di strutture non regolari, è stato ricavato un fattore addizionale, CMDOF, ottenuto confrontando le risposte strutturali sia con analisi lineari che non lineari sul modello MDOF dell'edificio (*Seneviratna* & *Krawinkler,* 1996). Questo fattore non è stato però incluso nel documento FEMA-273.

A differenza del CSM, questo metodo fornisce una procedura numerica diretta per definire la domanda in spostamento e non richiede la conversione della curva di capacità in coordinate spettrali; inoltre la richiesta in spostamento viene determinata mediante spettri di risposta anelastici in spostamento, ottenuti da quelli elastici mediante fattori correttivi definiti su base statistica, che dovrebbero essere più accurati di quelli elastici con smorzamento equivalente, specialmente nel campo dei periodi bassi e delle duttilità elevate.

2.2 Tecniche Multimodali

Paret et al. (1996) furono i primi a far rilevare che la previsione della modalità di crisi della struttura attraverso l'analisi push-over dovesse necessariamente tenere in conto gli effetti dei modi ad alta frequenza, trascurando i quali si otteneva, per gli edifici multipiano di grande altezza, un progetto poco efficace. La struttura, infatti, veniva dotata di eccessiva sovraresistenza ai piani inferiori, e una insufficiente resistenza degli elementi strutturali degli ultimi piani, dove una parte preponderante degli effetti dell'azione sismica è dovuta ai modi di vibrare ad alta frequenza. Fu così proposta una semplice procedura, basata sulla valutazione di più curve di spinta, ognuna per ogni modo ritenuto significativo, attraverso le quali confrontare la capacità del sistema con la richiesta di prestazione desunta impiegando la tecnica dello spettro di risposta. Era così possibile associare a ogni modo un indice di vulnerabilità – modal criticality indices (MCI) – che consentisse di individuare il modo critico per il sistema.

Successivamente Chopra e Goel (2002) formularono una procedura, nota con l'acronimo MPA (Modal Pushover Analysis), derivata come diretta estensione della tecnica di analisi modale per sistema elastici al comportamento in campo non lineare, e pertanto basata sullo sviluppo di tante analisi push-over quanti sono i modi significativi per la valutazione della risposta statica non lineare. Ciascuna di esse deve essere condotta assumendo una distribuzione di forze lungo l'altezza, proporzionale al corrispondente termine dell'espansione modale delle forze sismiche nello spazio degli autovettori del sistema elastico, e di forma costante nel tempo. Gli autori assunsero in via approssimata che anche in campo non lineare le risposte dei singoli «modi» potessero essere disaccoppiate, e proposero di valutare i valori massimi dei parametri di risposta cinematici combinando i valori massimi delle risposte ottenute dalle singole analisi push-over. Ognuna di esse doveva essere arrestata a un valore di spostamento in sommità della struttura coincidente con il valore atteso per il sistema SDOF a comportamento non lineare, calcolato come precedentemente descritto.

Chopra e Goel proposero di combinare le risposte modali utilizzando le classiche tecniche di combinazione derivate per sistemi elastici lineari, quali la radice quadrata della somma dei quadrati (SRSS), o la combinazione quadratica completa (CQC). È stato più volte fatto rilevare che l'applicazione di tali procedure al caso in esame manca di fondate basi teoriche ed è fonte di notevoli approssimazioni. Recentemente è stato proposto l'impiego di coefficienti di combinazione delle risposte che siano in grado di tenere conto delle caratteristiche isteretiche dei singoli modi di vibrare (Cacciola&Colajanni, 2007).

Per strutture per le quali la risposta è significativamente influenzata dai contributi forniti dai modi superiori, Moghadam formulò una procedura analoga a quella di Chopra, proponendo dei coefficienti di combinazione semplificati, proporzionali ai coefficienti di partecipazione dei modi di vibrare della struttura a comportamento elastico. Il metodo PRC (Pushover Results Combination) proposto da *Moghadam e Tso* (2002) si configura come un miglioramento della procedura multimodale. Esso ricava il massimo della risposta sismica dalla combinazione dei risultati di più analisi pushover effettuate con un profilo di carico che è rappresentativo delle forme modali di un numero predefinito di modi di vibrare. La risposta della struttura si ottiene come media pesata, rispetto al fattore di partecipazione modale, dei risultati di ciascuna analisi secondo la seguente regola di combinazione:

$$R = \sum_{i=1}^{N} \beta_i \cdot R_i ; \qquad [2.7]$$

dove *R* è il valore finale della risposta in un punto particolare, β_i è il fattore di partecipazione modale del modo $i-esimo$ e R_i è il valore della risposta dell'analisi pushover corrispondente che utilizza un profilo di carico con la forma del modo *i*. Solitamente si considerano i primi 3 o 4 modi.

Hernández Montes et al. (2004) hanno proposto invece una versione alternativa di tale procedura basata su un approccio energetico.

Riconoscendo l'impossibilità di ottenere un'unica procedura o un unico profilo di carico capace di garantire una stima conservativa della risposta sismica in tutte le situazioni, e la mancanza di basi teoriche in

campo non lineare delle procedure fondate sull'analisi modale, Kunnath (2004) propose di tenere in conto degli effetti dei modi superiori conducendo un'unica analisi push-over, assumendo un profilo di forze ottenuto da una opportuna combinazione dei vettori dell'espansione modale delle forze sismiche secondo lo spazio degli autovettori del sistema elastico. La variazione spaziale delle forze applicate proposta è fornita dalla seguente relazione:

$$F_j = \sum \alpha_n \Gamma_n m \Phi_n S_a(\zeta_n, T_n); \qquad [2.8]$$

In Eq. [2.8] α_n è il coefficiente dei contributi modali e può assumere valori positivi e negativi; Φ_n è il vettore della forma modale corrispondente al modo n, S_a è l'accelerazione spettrale al periodo che corrisponde al modo n.

La procedura richiede quindi lo sviluppo di diverse analisi pushover in cui vengono impiegate diverse combinazioni di profili di carico modale (per stabilire la domanda in termini di forza e deformazione è necessario determinare il picco ad ogni passo e quindi determinarne l'inviluppo). Applicando le più semplici combinazioni dei profili corrispondenti ai primi due modi, e in particolare la loro somma e la loro differenza, Kunnath osservò che nel primo caso si otteneva una sovrastima della risposta ai piani bassi, nel secondo ai piani alti. Un'analisi più accurata mise poi in evidenza che i contributi forniti da ogni modo alla risposta sismica di una data struttura variavano in relazione alla forma dei cicli di isteresi che ne caratterizzavano il comportamento.

Kunnath attraverso una vasta campagna di analisi numeriche ha poi potuto suggerire dei coefficienti di combinazione per strutture intelaiate regolari in altezza con un prefissato numero di piani. Questa procedura ha prodotto buoni risultati nella determinazione dei valori di picco, negli spostamenti di interpiano e nella valutazione della rotazione della cerniera plastica. Considerando infatti un numero sufficiente di modi, lo spostamento d'interpiano stimato con questo metodo si avvicina ai risultati ottenuti con analisi time-history tranne nel caso in cui si verificano perdite di rigidezza notevoli o quando l'edificio si deforma "fortemente" nel campo anelastico. Le distribuzioni si basano sulle forme modali dello stato elastico del sistema; per determinare il contributo dei modi superiori nella fase anelastica è necessario introdurre dei fattori che tengano in conto i cambiamenti dovuti agli effetti anelstici.

Un altro approccio al problema è quello proposto da Poursha (2009) in cui la domanda è ottenuta dall'inviluppo delle risposte di 2 o 3 analisi rispettivamente, a seconda che la struttura abbia periodo fondamentale T_1 inferiore o superiore a 2.2 s. La prima analisi è un'analisi convenzionale con profilo di forze tempo-invariante, "triangolare" (proporzionale al prodotto delle masse di piano per la quota dell'impalcato) nel caso in cui $T_1 \leq 2.2$ sec., "uniforme" (proporzionale alle sole masse di piano) per $T_1 > 2.2$ sec. La seconda analisi prevede l'adozione di un profilo di carico proporzionale al prodotto delle masse di piano per la prima forma modale fino al raggiungimento di un primo spostamento target; gli ulteriori incrementi di carico vengo distribuiti proporzionalmente al prodotto delle masse di piano per la seconda forma modale, fino al

raggiungimento dello spostamento target finale. Tali incrementi agiscono sulla struttura nella configurazione di carico, sollecitazioni e spostamenti ottenuti alla fine dell'imposizione del primo profilo di carico. Per sistemi fortemente deformabili (T_1>2.2 sec.), è richiesta una terza analisi che, con modalità del tutto analoghe alla seconda, tenga in conto della presenza anche del terzo modo attraverso lo sviluppo di un terzo segmento di carico con azioni distribuite proporzionalmente alla terza forma modale. La tecnica prende il nome di "Consecutive Modal Pushover".

2.3 Tecniche Adattive

Per eliminare le limitazioni connesse all'assunzione di un profilo di forze tempo-invariante, non in grado di rappresentare le modifiche delle forme dei modi di vibrare causato dalle plasticizzazioni indotte dall'evento sismico nella struttura, già a partire dal 1996-1997 furono proposte diverse procedure «adattive». Queste sono caratterizzate dal continuo aggiornamento della forma del vettore di carico al progredire delle plasticizzazioni nella struttura.

Le prime proposte erano basate sull'assunzione che la risposta potesse essere colta considerando prevalente il contributo della prima forma modale. Bracci et al. (1997) e Colajanni e Papia (1998) furono fra i primi a proporre, nel condurre un'analisi push-over, di aggiornare il profilo di carico in relazione alla forma del primo modo di vibrare associato alla matrice di rigidezza tangente della struttura.

In particolare la procedura proposta da Reinhorn (1996), e ripresa successivamente da *Bracci* et *Al* (1997) è stata messa appunto nello scenario del metodo dello spettro di capacità. La tecnica di analisi

proposta da quest' ultimi prevedeva la definizione dei quattro seguenti stadi di funzionamento caratteristici della struttura: i) lo stato elastico, ii) il raggiungimento dello snervamento della struttura, iii) l'attivazione di un meccanismo di collasso e iv) il raggiungimento della condizione ultima di collasso. Le quattro condizioni venivano individuate attraverso un'analisi pushover adattiva, nella quale gli incrementi di carico ad ogni piano, da applicare nel generico passo di carico, venivano espressi attraverso la relazione:

$$F_i^{j+1} = V^j \left(\frac{F_i^j}{V^j} - \frac{F_i^{j-1}}{V^{j-1}} \right) + \Delta P^{j+1} \left(\frac{F_i^j}{V^j} \right); \qquad [2.9]$$

dove *j* è il generico passo dell'analisi, F_i^j, F_i^{j-1} rappresentano la forza al medesimo piano *i* in corrispondenza del passo *j* e *j-1*, V_i^j, V_i^{j-1} sono i rispettivi valori dei tagli alla base, e ΔP^{j+1} è l'incremento di taglio alla base applicato allo step j+1.

Il primo passo dell'analisi prevedeva l'applicazione di una distribuzione triangolare, mentre i passi successivi erano calcolati in accordo alla [2.9]. Lo stato di tensione in ogni elemento della struttura veniva cosi calcolato alla fine di ogni passo, e la matrice di rigidezza aggiornata ogni volta che una cerniera plastica veniva attivata. La distribuzione [2.9] tenta di riprodurre la variazione del profilo di forze d'inerzia, agenti sulla struttura al diffondersi delle plasticizzazioni.

Un aspetto significativo di questa procedura era la valutazione delle proprietà dinamiche del sistema, ed in particolare del periodo fondamentale di vibrazione, in corrispondenza al raggiungimento di

ciascuno dei quattro stati caratteristici, evidenziando il progressivo modificarsi della rigidezza della struttura. L'efficacia di questo metodo era, però, limitata dalle ipotesi semplificative che prevedevano l'assunzione costante del rapporto fra le frequenze dei modi naturali durante l'analisi.

Una differente procedura adattiva, basata sull'aggiornamento incrementale del vettore di carico nella POA, è stata proposta nel 1998 da *Colajanni* & *Papia*.

Gli Autori presentarono una semplice procedura validata dall'analisi non-lineare su tre strutture multipiano in acciaio con controventi dissipativi. La procedura era basata sulla costruzione ad ogni passo di carico della matrice di rigidezza tangente delle strutture, in forma approssimata, e l'applicazione incrementale di un profilo di carico proporzionale al I modo di vibrare, associato alla stessa matrice di rigidezza tangente. La sua costruzione richiedeva una procedura iterativa che raggiungeva la convergenza quando la forma degli incrementi del profilo di carico coincideva con la forma del profilo degli incrementi dello spostamento. L'ampiezza del passo di carico era determinata dall'avvenimento, all'istante finale, di un evento, definito da un cambio di rigidezza dovuto o al fenomeno di buckling della diagonale compressa, o all'attivazione del dispositivo dissipativo. La procedura di carico incrementale veniva ripetuta fin al raggiungimento del valore di spostamento target stabilito (*EC8*, 1998). La logica vantaggiosa di questa procedura (*event-to-event*) porta ad una distribuzione degli incrementi delle forze proporzionali al I modo, coerenti con la matrice di rigidezza tangente del sistema.

Successivamente, più efficaci procedure furono formulate per tenere in conto la presenza dei modi superiori seguendo due differenti strategie.

Gupta e Kunnath (2000) proposero una procedura che prevedeva lo sviluppo di tante analisi push-over quanti i modi di vibrare ritenuti significativi. L'analisi veniva condotta in forma incrementale, e all'inizio di ogni passo di carico venivano calcolate le forme modali associate alla matrice di rigidezza tangente del sistema. Venivano poi applicati, indipendentemente per ciascun modo, i profili delle forze proporzionali alla corrispondente forma modale, calcolando gli incrementi di spostamento in sommità da imporre con la tecnica dello spettro di risposta. Valutati i parametri di risposta cinematici per ogni modo, questi venivano combinati a valle del singolo passo dell'analisi con la regola di combinazione modale SRSS, e sommati ai risultati ottenuti al passo precedente. Tale procedura, così come tutte quelle basate sulla combinazione delle risposte a valle di una analisi modale, non garantisce l'equilibrio fra le forze sismiche esterne e le reazioni interne negli elementi strutturali.

Contemporaneamente Elnashai (2000) propose una procedura adattiva alternativa, basata su una singola analisi pushover. La forma del profilo di forze era ricavata, a ogni passo di carico, dalla combinazione secondo la SRSS dei profili di carico corrispondenti a ciascun termine dell'espansione modale delle forze sismiche associate alla matrice di rigidezza tangente del sistema. Questi erano valutati tenendo conto delle caratteristiche dell'evento sismico atteso al sito, pesando i contributi di ogni modo attraverso lo spettro di risposta elastico di pseudoaccelerazioni. Tale procedura poteva essere applicata secondo due differenti schemi: uno secante, in cui a ogni

passo l'intero vettore di carico veniva ricalcolato come descritto; il secondo incrementale, dove all'interno del singolo passo solo l'incremento di carico era calcolato in funzione delle forme modali associate alla matrice di rigidezza tangente del sistema, e sommato al vettore di carico valutato al passo precedente. Il primo schema si rilevò poco efficace, in quanto si manifestarono prevedibili problemi di instabilità numerica nella ricerca della configurazione deformata quando importanti deformazioni plastiche inducono una repentina variazione del profilo di carico totale fra un passo e il successivo. La seconda procedura, più intuitiva nel tentare di riprodurre l'evolversi delle configurazioni deformate della struttura durante il semiciclo di spostamenti di maggiore ampiezza durante un terremoto, risultò anche più stabile numericamente. Tuttavia, è stato più volte fatto rilevare che, sebbene apparentemente più attraente e più complessa della semplice procedura adattiva basata sull'assunzione di un profilo di carico proporzionale alla singola forma modale fondamentale, la procedura adattiva descritta non sempre risulta più accurata, e non di rado prevede una domanda sismica più lontana della precedente dalla risposta ottenuta attraverso una analisi dinamica non lineare al passo, che costituisce il metodo più accurato attualmente disponibile per la previsione della domanda sismica. Tale circostanza è da addebitarsi alle innumerevoli approssimazioni introdotte nella derivazione di tale procedura, che si configura come una arbitraria estensione delle tecniche di analisi modale valide in campo lineare alla valutazione della risposta di sistemi a comportamento isteretico. Successivamente, sulla base della procedura adattiva proposta da *Elnashai* (2000), *Antoniou* & *Pinho* (2004a) presentarono un algoritmo adattivo, conosciuto con l'acronimo di FAP (***F****orce* ***A****daptive* ***P****ushover*). La

procedura, analoga alla procedura proposta da *Gupta* e *Kunnath* (2000), prevede il continuo controllo delle forme modali all'inizio di ciascuno passo di carico dell'analisi. L'incremento del profilo di forze agenti viene calcolato in accordo alla combinazione del prodotto delle forme modali, associate alla matrice di rigidezza tangente del sistema, con l'accelerazione spettrale corrispondente al valore istantaneo del periodo di vibrazione. Il j-esimo contributo modale alla forza di piano i è definito dalla relazione seguente:

$$F_{ij} = \Gamma_j \Phi_{ij} M_i S_{pa}(T_j); \qquad [2.10]$$

Le forze di piano sono poi combinate con la SRSS o la CQC, a seconda che le frequenze dei modi presi in esame siano lontane o vicine, e normalizzate rispetto ai tagli alla base, come segue:

$$F_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} F_{ij}^2} \qquad F_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\left(F_{ij} F_{ik} \rho_{ij}\right)} \rightarrow \bar{F}_i = \frac{F_i}{\sum F_i}; \qquad [2.11]$$

Anche in questa procedura, come già in *Elnashai* (2000), l'aggiornamento del vettore di carico ad ogni passo può essere effettuato attraverso due modalità:

i. *totale*, secondo la quale l'intero carico al generico passo *t* è ottenuto da una completa sostituzione del carico al passo precedente con il valore fornito dalla [2.11], scalato secondo un opportuno moltiplicatore:

$$F_{i,t} = \lambda_t \bar{F}_t P_0; \qquad [2.12]$$

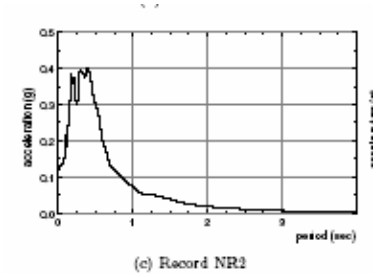
Questo tipo d'aggiornamento conduce ad una mancanza di stabilità numerica nella procedura, rendendo difficoltosa la modellazione di brusche variazioni di forma nel profilo delle forze. Per una più

aderente modellazione del comportamento dinamico è preferita dagli Autori la seguente modalità:

ii. *incrementale*, secondo la quale il carico al generico passo è ottenuto dalla somma del vettore di carico al passo precedente e dell' incremento di carico valutato secondo la relazione:

$$\Delta F_{i,t} = \Delta\lambda_t \bar{F}_t P_0 ; \quad F_{i,t} = F_{i,t-1} + \Delta F_{i,t} ; \qquad [2.13]$$

La procedura incrementale, cosi ottenuta, ricalca quella proposta da *Colajanni* & *Papia* (1998). Gli Autori hanno sottolineato la necessità di valutare diversi parametri di risposta (spostamenti di interpiano, profili di taglio di piano, curva di spinta) per diversi livelli di deformazione, in modo di giudicare l'attendibilità della FAP, a confronto con i risultati forniti dalla NRHA. La vasta campagna sperimentale su strutture in c.a (regolari in altezza e non), condotta per diversi input (naturali e generati) ha permesso di individuare i limiti e vantaggi della FAP. La minore accuratezza dei risultati si è riscontrata particolarmente nei casi in cui lo spettro dell'input presentava un plateaux con valori rilevanti nel campo di periodi maggiori di 0.4, seguito immediatamente da un tratto di riduzione delle ordinate spettrali (Fig. 2.1).



(c) Record NR2

Fig. 2.1 *Spettro di risposta con valori rilevanti sopra 0.4s*

Questo tipo di scenario determina una maggiore influenza del contributo dei modi superiori, che induce un andamento abbastanza irregolare in altezza degli spostamenti di interpiano e del taglio, non catturabile da nessuna procedura basata sulle forze. Inoltre, la FAP fallisce nel prevedere la distribuzione della domanda inelastica in presenza di meccanismi di piano soffice, poiché amplifica le deformazioni nelle zone di danno e le sottostima negli altri piani. Tale comportamento è causato dalla riduzione di rigidezza e dal conseguente cambio nelle forme modali al passo in cui il danno è significativo, che provoca un maggiore incremento di forze a quel piano per il passo successivo. Esistono dei casi in cui nessuna delle procedure statiche basate sulle forze (adattive o convenzionali) sia in grado di riprodurre gli andamenti dinamici, vista l'incapacità di riprodurre il possibile cambio di segno dell'incremento delle forze di piano applicate (*Antoniou* & *Pinho* (2004a). Va comunque evidenziato che l'accuratezza delle formulazioni basate sui profili di carico forniti dalla [2.11] potrebbe essere incrementata tenendo conto dei differenti livelli di smorzamento nella definizione dello spettro di risposta. È possibile, infatti, per ogni configurazione del sistema coerente con la formazione delle cerniere plastiche, associare ad ogni modo un coefficiente di smorzamento equivalente, superiore a quello elastico iniziale, assunto proporzionale al livello della deformazione inelastica raggiunta. Ulteriori incrementi di prestazione potrebbero essere ottenuti studiando in maniera opportuna delle regole di combinazione per i profili di forze, in grado di superare le limitazioni connesse all'applicazione delle classiche regole SRSS o CQC, valide per sistemi lineari. Tuttavia, gli Autori, pur riconoscendo questi due ultimi aspetti, attribuirono la principale limitazione della FAP nella sua natura basata sull'applicazione di forze. Le procedure che prevedono l'applicazione di profili di "carico" rappresentati

da spostamenti, coerenti con le procedure prestazionali note con l' acronimo PBE (***P****erformance* ***B****ased* ***E****ngineering*), risulterebbero più efficaci, in accordo a quanto indicato in lavori di letteratura (*Priestley*, 2000; *Antonimo* & *Pinho,* 2004b) e nei codici internazionali. Successivamente, Antoniou e Pinho (2004b) hanno presentato una efficace e più innovativa procedura per la previsione della risposta di strutture a comportamento fortemente non lineare, nota con l'acronimo DAP (Displacement-based Adaptive Pushover procedure). L'aspetto innovativo della DAP è da ricercarsi nell'imposizione sulla struttura di un prefissato profilo di spostamento e la valutazione, attraverso l'equilibrio della struttura, del sistema di forze sismiche corrispondente. L'efficacia della procedura, priva di senso pratico per profili di spostamento tempo-invarianti, è da ricercarsi nell'approccio incrementale e nel continuo aggiornamento, a ogni passo di carico, della forma degli incrementi di spostamento. Questi sono ottenuti dalla somma lungo l'altezza degli spostamenti di interpiano, valutati in base alla combinazione degli spostamenti di interpiano dei modi di vibrare associati alla matrice di rigidezza tangente del sistema, calibrati in relazione alle corrispondenti ordinate spettrali dell'eccitazione sismica. Nello specifico la procedura richiede lo svolgimento delle seguenti operazioni: (i) definizione della massa inerziale e di un vettore di carico costante, nominale $\mathbf{U}_0$; (ii) valutazione del moltiplicatore di carico; (iii) calcolo del vettore di scala normalizzato; (iv) aggiornamento del vettore di carico in spostamenti.

La prima operazione è eseguita solo una volta, all'inizio dell'analisi, mentre le rimanenti sono ripetute per ogni passo di carico, e rappresentano condizioni di equilibrio in cui lo stato di sollecitazione è congruente con il vettore di deformazioni applicato. La forma del vettore degli spostamenti da applicare viene definita automaticamente dall'algoritmo ad ogni passo

di carico. Inizialmente, si considera un vettore $\mathbf{U}_0$ con distribuzione uniforme in altezza, che ha l'unica funzione di definire i nodi a cui sono applicati gli spostamenti, ed una loro ampiezza di riferimento. Esso non ha nessuna influenza sul risultato finale dell'analisi, costituendo solo un fattore di scala per il moltiplicatore dell'azione esterna λ.

La seconda operazione prevede l'applicazione del vettore di spostamento, definito come segue:

$$\mathbf{U} = \lambda \cdot \mathbf{U_0}; \qquad [2.14]$$

dove il moltiplicatore dell'azione esterna λ viene fatto crescere ad ogni passo di una prefissata ampiezza. Con questa strategia di controllo, sono gli spostamenti ad essere direttamente controllati fino al raggiungimento dello stato limite stabilito, o della condizione di collasso. La forma del profilo degli spostamenti è modellata ad ogni passo attraverso il calcolo del vettore di scala normalizzato $\bar{\mathbf{D}}$. All'inizio di ogni incremento di carico si esegue un'analisi modale, determinando le forme modali e i coefficienti di partecipazione di un prefissato numero di modi. I vettori degli spostamenti modali sono successivamente combinati tra loro, attraverso una delle note regole di combinazione modale (SRSS, o CQC). Come già evidenziato, il vettore $\bar{\mathbf{D}}$ può essere determinato sia attraverso un approccio basato sugli spostamenti assoluti che su quelli di interpiano (*Antoniou* & *Pinho*, 2004b).

La procedura basata sugli spostamenti assoluti prevede che lo schema di spostamenti D_i sia dato:

$$D_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} D_{ij}^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} (\Gamma_j \cdot \Phi_{ij})^2}; \qquad [2.15]$$

dove *i* rappresenta il generico piano, *j*il numero dei modi, *n* il numero totale di modi da considerare per l'analisi, Γ_j è il fattore di partecipazione modale del *j-esimo* modo e Φ_{ij} le forme modali normalizzate rispetto alle masse.

Tuttavia, precedentemente si è notare che questo approccio non fornisce una stima affidabile dell'attuale livello di danno causato dall'azione sismica, e che, pe rimediare all'inconveniente, è stato formulato un approccio alternativo basato sugli spostamenti di interpiano. In accordo a questo, lo schema di spostamento D_i al piano *i* è ottenuto dalla somma dei contributi modali degli spostamenti di interpiano al di sotto di quel piano, come segue nella relazione:

$$D_i = \sum_{k=1}^{i} \Delta_k ; \quad \Delta_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \Delta_{ij}^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left[\Gamma_j \cdot \left(\Phi_{i,j} - \Phi_{i-1,j} \right) \right]^2} ; \qquad [2.16]$$

La relazione [2.16], più accurata della [2.15] risulta, però, ancora abbastanza approssimata, poichè prevede anch'essa l'estensione delle modalità di combinazione valide per risposte stazionarie di sistemi lineari.

A questo riguardo, gli Autori indicano un possibile percorso di ricerca nel ritrovamento di regole di combinazione modali differenti, come ad esempio la somma vettoriale pesata proposta da *Priestley* (2003). Nel determinare l'ampiezza dello spostamento modale, nella [2.16] è possibile, inoltre, introdurre il contributo in frequenza dell'input (spettro di spostamento), corrispondente al periodo del *j-esimo* oscillatore, ponendo:

$$\Delta_i = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \Delta_{ij}^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \left[\Gamma_j \cdot \left(\Phi_{i,j} - \Phi_{i-1,j} \right) S_{d,j} \right]^2} ; \qquad [2.17]$$

I risultati ottenuti sia in termini di curva di capacità che di profilo di spostamento impiegando la [2.17], testimoniano un miglioramento rispetto a quelli ottenuti dalla [2.15] e dalla [2.16]. Un'altra possibilità di migliorare l'accuratezza dei risultati, cosi come già evidenziato nella FAP, è l'impiego di spettri di risposta, valutati per differenti valori dello smorzamento viscoso.

Noti D_i è possibile allora valutare il vettore $\bar{D}_i$, che identifica la forma del profilo degli spostamenti imposti (e non l'ampiezza), secondo la relazione:

$$\bar{D}_i = \frac{D_i}{\max D_i}; \qquad [2.18]$$

L' ultimo passo della DAP prevede la valutazione del vettore spostamento attraverso le due alternative di aggiornamento, totale ed incrementale, analogamente alla FAP, esprimibili nel seguente modo:

$$U_t = \lambda_t \cdot \bar{D}_t \cdot U_0; \quad U_t = U_{t-1} + \Delta\lambda_t \cdot \bar{D}_t \cdot U_0; \qquad [2.19]$$

Anche in tal caso, l'aggiornamento incrementale è preferibile, poichè in grado di garantire una maggiore stabilità numerica. Il vettore di spostamento al passo *t* viene definito, secondo la [2.19], sommando al vettore degli spostamenti al passo precedente *t-1* un nuovo incremento di spostamento pesato opportunamente dal moltiplicatore $\Delta\lambda_t$.

Quando la struttura raggiunge la resistenza massima, la comparsa di un comportamento softening è indice di una rigidezza negativa, condizione per la quale gli autovalori non sono più reali. A partire da tale condizione, la forma del vettore degli spostamenti imposti non varia più (solo l'ampiezza viene aggiornata), ipotizzando che il meccanismo di collasso

attivato non viene modificato ulteriormente. A paragone della FAP, la DAP oltre a fornire risultati più accurati, si dimostra numericamente stabile anche in presenza di elevate deformazioni plastiche, cogliendo più fedelmente i parametri di risposta sia in termini di comportamento globale della struttura (curva di spinta), che di domanda locale (deformazioni, drift) e resistenza richiesta (forze/momenti). Il principale vantaggio di queste procedure consiste nel fatto che le forze, e i relativi tagli di piano, non sono applicati direttamente sulla struttura, ma vengono piuttosto ottenuti in modo da garantire la presenza, ad ogni fase, di uno stato di sforzo equilibrato e congruente con le deformazioni imposte. In tal modo, è possibile riprodurre l'inversione di segno della variazione delle forze riscontrabile nell'analisi dinamica. Infatti, nonostante il drift di piano imposto nella DAP possa avere soltanto segno positivo, in seguito al contributo di modi elevati, il suo valore incrementale può essere minore rispetto a quello del piano sottostante. In tali casi, si ha una conseguente riduzione della forza di piano corrispondente, con variazioni che possono assumere anche valori negativi. La DAP, attraente da un punto di vista teorico, presenta ancora degli aspetti necessari di approfondimenti. In particolare, l'assunzione delle regole di combinazione modale, derivate per processi stazionari, è inadeguata a cogliere le modalità di combinazione dei modi in un processo evolutivo, nel quale il ruolo giocato dalle condizioni iniziali all'inizio di ogni passo di carico sembra essere decisivo. Inoltre, l'assunzione di un profilo di spostamenti che mantiene inalterata la propria forma dopo il raggiungimento della resistenza massima del sistema risulta appena poco realistica. In tale ambito, l'impiego di ulteriori analisi numeriche potrebbe dare indicazioni su come possano essere modificate tali procedure per migliorarne l'accuratezza.

Una delle principali limitazione del metodo è certamente da identificarsi nella applicazione delle regole di combinazione SRSS o CQC derivate per le risposte stazionarie di sistemi elastici al caso di risposte in ridottissimi intervalli di tempo di sistemi a comportamento non lineare.

2.4 Tecniche Recenti

Gli sviluppi dell'analisi pushover, negli ultimi anni, mirano ad includere all'interno dell'analisi sia il contributo dei modi superiori sia il cambio di caratteristiche dinamiche della struttura durante il sisma.

Nell'ambito delle procedure che tentano di riprodurre la riposta attesa per un prefissato terremoto, Fajfar nel 2011 sviluppa un'estensione della ben nota tecnica N2 (1996) per includere il contributo dei modi superiori. Questa si basa sull'esecuzione, oltre che di una normale procedura N2, di una analisi elastica dinamica modale da cui ricavare i drift d'interpiano. Dopo aver normalizzano i drift ottenuti, in maniera che lo spostamento dell'ultimo piano sia lo stesso ottenuto dall'analisi N2, si valuta il rapporto dei drift calcolati con l'analisi elastica e quelli calcolati con l'analisi non lineare, ottenendo dei coefficienti con cui amplificare (solo se il rapporto è maggiore di 1) le grandezze d'interesse trovate con l'analisi N2 (drift, spostamenti, rotazione delle cerniere ecc).

Nell'ambito delle procedure che tentano di fornire una stima conservativa della capacità della struttura e della domanda attraverso gli inviluppi dei risultati forniti da analisi condotte con diversi profili di forze, R. Abbasnia (2013), sulla base del lavori di Kunnath (2004) e Antoniou e Pinho (2004), propone una procedura basata sull'esecuzione di più analisi statiche non lineari, nelle quali, in analogia a quanto proposto nella procedura DAP, in ciascuna di esse viene condotta un'analisi adattiva con profili di

spostamento ottenuti dalla combinazione degli spostamenti di piano (o dai drift di interpiano) derivanti da un'analisi dinamica modale convenzionale, pesati per un coefficiente ottenuto come rapporto delle masse partecipanti dei modi considerati. Le diverse analisi i distinguono in quanto i profili di spostamento vengono combinati secondo tutte le possibili permutazioni dei segni dei contributi modali. La domanda viene valutata attraverso l'inviluppo delle risposte per ogni profilo di carico.

Un altro metodo, proposto da Shakeri nel 2010, consiste nel caricare la struttura con un profilo multimodale-adattivo ottenuto dai tagli di piano combinati tramite la Combinazione Quadratica Completa (Wilson, 1981). Dall'inviluppo di questa analisi e di una statica non lineare con profilo di carico monomodale invariante, si ricava la domanda sismica. Si è constatato che questa procedura riesce a cogliere particolarmente bene la domanda sismica ai piani alti nei casi in cui il comportamento è fortemente influenzato dai modi superiori.

Un altro contributo è fornito da Panyakapo (2014) che ritenendo significativo imprescindibile tenere conto dell'evolversi delle caratteristiche di rigidezza e resistenza della struttura e dell'accumularsi del danno durante i diversi cicli di carico imposti dal terremoto, propone una tecnica nota come Cyclic Pushover Analysis. Questa analisi rispetto a quelle note in letteratura utilizza un incremento di carico non più monotonico ma ciclico ottenendo la curva di capacità dall'inviluppo delle curve per i diversi cicli.

2.5 Tecniche per strutture planimetricamente irregolari

Va rilevato che la maggior parte dei lavori sopra citati analizza il comportamento di strutture piane, e pertanto è in grado di dare utili informazioni sul comportamento di strutture regolari in pianta, per le quali

non è previsto un significativo moto torsionale. Più complessa è invece l'estensione delle tecniche di analisi statica non lineare a sistemi irregolari in pianta, anche se fin dalla metà degli anni Novanta furono condotte ricerche finalizzate allo studio del comportamento di strutture spaziali non simmetriche. Numerose proposte sono state avanzate per riprodurre gli effetti del moto torsionale le più recenti delle quali sono anch'esse basate su approcci multimodali.

I risultati ottenuti in quest'ambito a tutt'oggi non sono completamente soddisfacenti. In questo contesto, nel successivo paragrafo viene inizialmente analizzato il comportamento di edifici irregolari in pianta in campo elastico e in campo non lineare, per poi passare in rassegna nel paragrafo successivo alcune fra le più accreditate recenti proposte di procedure di ASNL per strutture non regolari in pianta.

2.5.1 Comportamento di edifici planimetricamente irregolari

La regolarità geometrica e strutturale di un edificio è caratteristica auspicabile per un buon comportamento in generale, anche quando esso è soggetto esclusivamente a carichi verticali e all'azione del vento, ma diventa particolarmente rilevante in zona sismica. La regolarità influenza infatti il comportamento dinamico della struttura, condizionando la capacità di prevederlo con modelli meccanici semplici.

Con il termine regolarità si indicano due proprietà distinte, anche se spesso associate l'un l'altra: la semplicità strutturale e l'uniformità (Ghersi, 1996). Con la prima ci si riferisce all'esistenza di percorsi chiari e diretti per la trasmissione delle azioni (carichi verticali o azioni sismiche), dal punto in cui sono applicate fino alla fondazione, attraverso i diversi elementi, strutturali e non, che compongono l'edificio. La semplicità strutturale

consente una facilità di dimensionamento, di modellazione della struttura, di analisi (risoluzione dello schema), di definizione dei dettagli costruttivi. Col secondo si intende contemporaneamente una uniforme distribuzione dei carichi (verticali o sismici) ed una uniforme distribuzione degli elementi resistenti o, per lo meno, una stretta relazione tra distribuzione dei carichi e distribuzione degli elementi resistenti. In particolare in zona sismica occorre curare l'uniformità delle masse, perché l'azione sismica è proporzionale alle masse presenti, delle rigidezze (sia traslazionali che torsionali), perché in fase elastica l'azione sismica si distribuisce tra gli elementi in proporzione alle rigidezze, delle resistenze (eccentricità e centrifugazione) e della duttilità, perché queste condizionano il comportamento quando si supera la fase elastica. Tali caratteristiche sono sinteticamente rappresentate dai valori dei seguenti parametri geometrici e meccanici:

- eccentricità tra bariCentro delle Masse (CM) e bariCentro delle Rigidezze (CR)

- centrifugazione delle rigidezze e rigidezza torsionale

- eccentricità tra baricentro delle masse e baricentro delle resistenze

- centrifugazione delle resistenze e resistenza torsionale.

Soltanto i primi due parametri influenzano la riposta in campo elastico lineare, mentre gli ultimi due concorrono a determinare la risposta quando la struttura è sollecitata oltre il limite elastico. Conseguentemente, questi parametri avranno un peso sulla previsione della risposta soltanto in funzione della "sensibilità" dell'analisi utilizzata (Tab1). Adoperando, infatti, un'Analisi Statica Lineare (ASL) o un Analisi Dinamica Lineare (ADL), gli unici parametri tra quelli elencati che influenzeranno la previsione della risposta saranno l'eccentricità fra il CM e il CR e la

rigidezza torsionale. Utilizzando invece l'ASNL o l'Analisi Dinamica Non Lineare (ADNL) anche l'eccentricità fra baricentro delle masse e delle resistenze e la resistenza torsionale globale influenzerà il risultato dell'analisi. Tali osservazioni sono di fondamentale importanza nel definire l'efficacia dell'impiego dei diversi metodi di analisi nel controllo delle caratteristiche della struttura durante la fase di progettazione.

Attraverso una larga campagna di prove numeriche, utilizzando analisi dinamiche sia lineari che non, diversi autori nel corso degli anni sono riusciti a sviscerare il comportamento spaziale di strutture irregolari planimetricamente. In particolare, già dagli anni 80 è stato messo in evidenza il fenomeno dell'*amplificazione dinamica dell'eccentricità,* secondo il

Tab. 2.1

Parametro	ASL	ADL	ASNL	ADNL
Eccentricità Rigidezze	X	X	X	X
Rigidezza Torsionale	X	X	X	X
Eccentricità Resistenze			X	X
Resistenza Torsionale			X	X
Rapporto fra frequenze Torsionali e alla Traslazione		X		X

quale l'ampiezza dei moti torsionali e le sollecitazioni, in campo elastico, risultano maggiori quando frequenze torsionali e piane sono accoppiate. Il fenomeno dell'amplificazione dinamica dell'eccentricità risulta più rilevante nel caso di piccola eccentricità (La Mendola 1986), di contro minore quanto più il sistema risulta essere "torsionalmente rigido", cioè i rapporti Ω_i fra la frequenza del modo con massa rotazionale prevalente e

quelli con massa traslazionale prevalente in una delle due direzioni principali siano tanto più grandi dell'unità.

Come visto negli studi di De Stefano (2009), considerando sempre un comportamento elastico, in un sistema torsionalmente deformabile si nota un incremento degli spostamenti massimi, rispetto al baricentro delle masse, sia del telaio dal lato maggiormente deformabile che in quello del lato più rigido, invece nel caso di struttura torsionalmente rigida questo incremento sarà significativo soltanto dal lato maggiormente deformabile. Amplificatore di questo fenomeno sarà l'eccentricità BM-BR. De Stefano, attraverso uno studio statistico, ha indagato anche, la sensibilità dei parametri di risposta all'input sismico, notando una dipendenza maggiore dei valori massimi degli spostamenti di piano (coeff. di variazione tra il 70 % e l'80 %) rispetto ai drift di piano (30 % - 50 %).

Sempre De Stefano (2007) analizza il comportamento di strutture in campo non lineare, evidenziando che, come confermato anche da Ghersi (1996, 2013), confrontando la risposta di un sistema irregolare in pianta a comportamento non lineare, e quella del sistema spaziale a comportamento indefinitamente elastico da esso derivato, gli spostamenti massimi di quest'ultimo inviluppano quelli del sistema non lineare, sia dal lato flessibile che dal lato rigido per strutture torsionalmente rigide, e soltanto dal lato rigido per strutture torsionalmente flessibili (Tab. 2). Ghersi (1996) prova a dare una spiegazione attribuendo alla continua variazione di posizione del centro di rigidezza istantaneo (causato dalla progressiva plasticizzazione degli elementi) il minor contributo rispetto al caso indefinitamente elastico dei moti torsionali.

Tab. 2.2

	Torsionalmente Flessibile	**Torsionalmente rigido**
Lato Flessibile	Elastico inviluppa inelastico	Elastico non sempre inviluppa inelastico
Lato Rigido	Elastico inviluppa inelastico	Elastico inviluppa inelastico

De Stefano (2010) mostra che nel caso di strutture estremamente torsio-rigide gli effetti torsionali sembrano essere maggiormente influenzati dall'eccentricità delle resistenze piuttosto che dalla loro centrifugazione e sempre nel caso di sistema estramamente torsio-rigido con eccentricità delle rigidezze uguale all'eccentricità delle resistenze e distribuzione planimetrica delle rigidezze e resistenze coincidenti, dal lato flessibile si ottiene uno spostamento massimo del sistema inelastico maggiore del corrispondente sistema indefinitamente elastico. Nel caso di sistemi moderatamente torsio-rigidi invece, la dipendenza dall'eccentricità delle resistenze è meno pronunciata ed aumenta quella dalla loro centrifugazione. Sempre De Stefano segnala che sistemi caratterizzati da valori di centrifugazione bassi sono soggetti a richieste di duttilità elevate. Il picco di domanda, invece, (sia lato flessibile che lato rigido) è maggiore se presi in considerazione gli effetti di degrado delle resistenze (De Stefano 2009). Non considerando i fenomeni d'interazione tra i campi di forze verticali e quelli orizzontali, in una analisi dinamica non lineare, si sovrastimano le rotazioni (20%-30% in più), tranne nel caso di strutture con periodo molto breve (De Stefano 2007).

Tso e Myslimaj (2003 e 2005) propongono una strategia per l'ottimizzazione del comportamento di strutture spaziali irregolari planimetricamente. In questa tecnica (*Balance CV-CR*), gli autori, propongo di posizionare il centro di resistenza e il centro di rigidezza ai lati opposti del baricentro delle masse. Questo per far avvicinare il più possibile, con il progredire delle plasticizzazione, il baricentro delle rigidezze istantaneo al centro delle masse, minimizzando così i moti torsionali.

Chopra e Goel (2004) hanno esteso la Modal Pushover Analysis allo studio di sistemi spaziali asimmetrici in pianta, facendo rilevare che, analogamente a quanto accade in campo lineare, risulta irrinunciabile fare ricorso alla regola di combinazione quadratica completa CQC nel combinare le risposte dei singoli modi. Nello specifico la tecnica proposta da Chopra consiste nella seguente sequenza di step:

1. Applicazione dei carichi gravitazionali e valutare lo spostamento del baricentro dell'ultimo u_{rg}
2. Calcolo delle frequenze naturali e le forme modali del sistema elastico lineare.
3. Per l'n-esimo modo costruzione delle curve di capacità che legano il taglio sismico allo spostamento del baricentro dell'ultimo piano, V_{bu}-u_{rn}, utilizzando il seguente profilo di forze $\mathbf{S_n}$**:**

$$s_n = \begin{Bmatrix} s_{xn} \\ s_{yn} \\ s_{\theta n} \end{Bmatrix} = \Gamma_n \begin{Bmatrix} m\phi_{xn} \\ m\phi_{yn} \\ I_o\phi_{\theta n} \end{Bmatrix}; \qquad [2.20]$$

essendo Γ_n il fattore di partecipazione dell *n-esimo* modo, *m* e Io le componenti traslante e rotazionale della matrice delle masse, ϕ_{im} (i=*x, y,* θ) le componenti dell'n-esimo autovettore nella direzione *i*.

Tra le curve di capacità ottenute nelle due direzioni x e y, utilizzare, preferibilmente, quella nella direzione dominante del modo.

4. Approssimazione della curva di pushover ottenuta con una bilatera.
5. Conversione della curva V_{bu}-u_{rn} in una forza-spostamento, F_{sn}/L_n - D_n, il passaggio tra il sistema MDOF a quello SDOF sarà effettuato tramite le relazioni $F^y_{sn}/L_n = V^y_{bn}/ M^*_n$ e $D^y_n = u^y_{rn}/ \Gamma_n \Phi_{rn}$.
6. Attraverso la curva F_{sn}/L_n - D_n ricavare i parametri per calcolare il periodo equivalente $T_n=2\pi (L_n D^y_n / F^y_{sn})^{1/2}$. Per un sistema SDOF con T_n e ζ_n conosciuti, sarà possibile trovare la deformazione di picco D_n attraverso un'analisi dinamica non lineare al passo, oppure tramite spettri di risposta inelastici o spettri di risposta elastici in accordo con le equazioni empiriche che legano le deformazioni di sistemi inelastici con quelli elastici.
7. Calcolo dello spostamento di picco dell'ultimo livello u_{rn} nella direzione della curva di pushover selezionate associata all'n-esimo "modo" del sistema inelastico SDOF attraverso $u_{rn}= \Gamma_n \Phi_{rn} D_n$.
8. Dal database della pushover (step 2), estrazione dei valori del parametro di risposta cinematico r_{n+g} causati sia dei carichi gravitazionali che dai carichi laterali; per lo spostamento dell'ultimo livello il parametro sarà $u_{rn}+u_{rg}$.
9. Ripetere gli step 3-7 per un numero di modi significativo.
10. Calcolo della risposta per tutti i modi ritenuti significativi: $r_n=r_{n+g} – r_g$, dove r_g è il contributo dovuto ai soli carichi gravitazionali.

11. Determinare la risposta globale (domanda) attraverso la combinazione tra la risposta ai soli carichi gravitazionali e i picchi "modali" di risposta utilizzando la regola di combinazione CQC (Wilson,1981) [2.21]:

$$r \approx \max[\, r_g \pm (\sum_{i=1}^{j}\sum_{n=1}^{j} \rho_{in} r_i r_n)^{1/2} \,]; \qquad [2.21]$$

Gli Autori suggerirono di impiagare il coefficiente di correlazione della risposta di oscillatori elastici con differente smorzamento eccitati da un rumore bianco ρ_{in} fornito dalla seguente espressione:

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\xi_i \xi_j}(\xi_i + \beta_{ij}\,\xi_j)\,\beta_{ij}^{3/2}}{(1-\beta_{ij}^2)^2 + 4\xi_i\xi_j\beta_{ij}(1+\beta_{ij}^2) + 4(\xi_i^2 + \xi_j^2)\beta_{ij}^2}; \qquad [2.22]$$

Le analisi numeriche condotte hanno evidenziato che la MPA è in grado di rappresentare con una certa approssimazione il comportamento di strutture spaziali torsionalmente rigide o torsionalmente deformabili (Fig. 2.2 b-d); per strutture con rigidezza torsionale e alla traslazione comparabili, per le quali le frequenze dei modi di vibrare risultano vicine fra loro, il metodo perde di accuratezza (Fig. 2.2 c), in parte a causa della ridotta efficacia della regola di combinazione modale adottata.

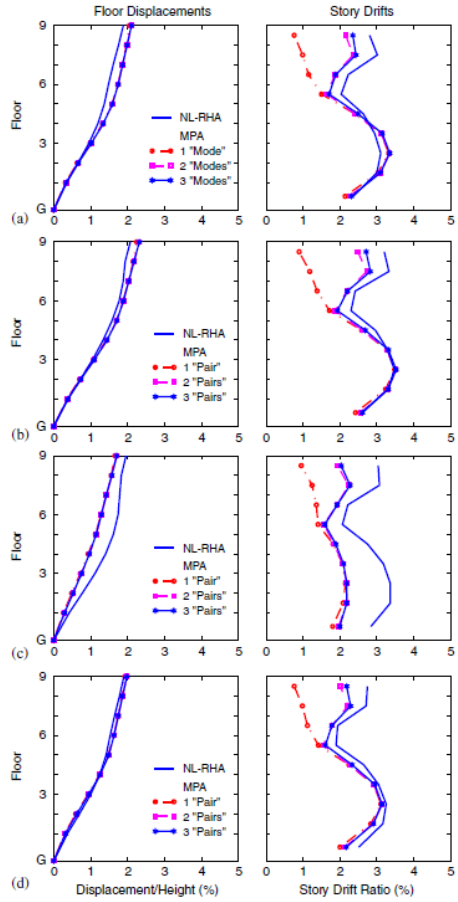


Fig. 2.2 *Spostamenti e drift di piano (a) edificio simmetrico, (b) edificio non simmetrico torsionalmente rigido, (c) edifico non simmetrico con rigidezza torsionale e traslazionale similare, (d) edifico non simmetrico torsionalmente flessibile.*

Shakeri *et al.* (2012) hanno sviluppato una interessante procedura nota con l'acronimo STA, basata sulla costruzione di una singola curva di capacità. Nel dettaglio questa tecnica adattiva multimodale consiste nel caricare la struttura con un profilo di forze proporzionale ai tagli di piano e ai momenti torcenti modali. Tale assunzione deriva, secondo gli autori, dalla osservazione che il profilo di carico dovrebbe essere il più possibile correlato con la causa che produce il danneggiamento della struttura. Pertanto, assumendo che il più

significativo indice di danneggiamento sia il drift d'interpiano, strettamente legato al taglio di piano, la forma del profilo di carico viene scelta in modo da riprodurre l'andamento di quest'ultimo parametro. Essendo stata sviluppata per strutture tridimensionali, soprattutto irregolari planimetricamente, gli autori includono nel profilo di forze, anche i momenti torcenti derivati dalle forme modali associate ai modi prevalentemente rotazionali. Il profilo di carico, aggiornato ogni qual volta le proprietà dinamiche della struttura possano cambiare (progredire delle plasticizzazioni), sarà ottenuto dalla combinazione secondo la regola CQC dei singoli contributi modali dell'espansione del vettore delle forze di inerzia associata alla matrice di rigidezza tangente del sistema. Il profilo di carico dovrà essere normalizzato rispetto alla somma delle forze nella direzione considerata dal sisma. Il processo di carico viene definito in forma incrementale, prevedendo l'aggiornarsi del solo incremento di forza al passo, e non la totale sostituzione del carico esistente con il nuovo profilo di carico.

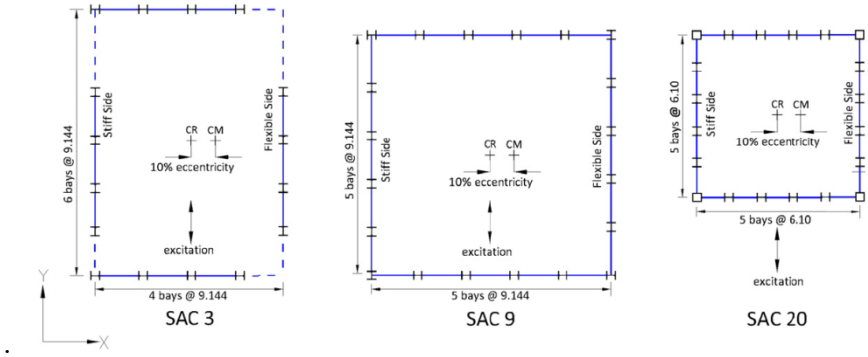


Fig. 2.3 *Planimetria degli edifici di 3-9-20 livelli*

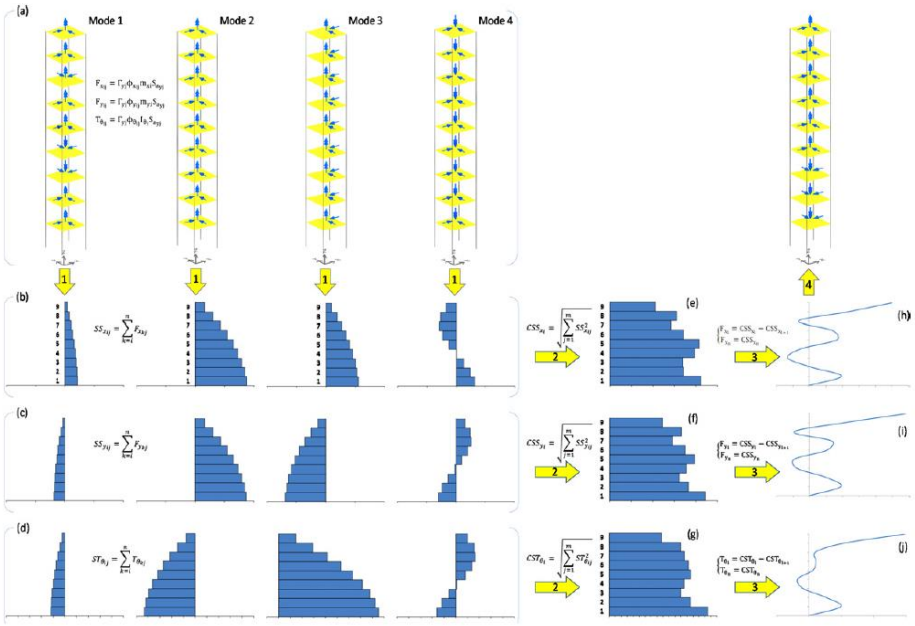


Fig. 2.4 *Processo di definizione del profilo di carico della procedure STA. (a) Forze di piano modali. (b-d) Tagli e momenti torcenti di piano. (e-g) Combinazioni dei tagli e momentiti torcenti di piano. (h-j) Componenti del profilo di carico proposto (direzioni x, y e θ) per ogni piano.*

In Fig.2.3 sono rappresentate le tre piante e le caratteristiche meccaniche globali di tre degli edifici impiegati per la validazione della procedura, ed in Fig.2.4 i profili di carico impiegati nell'analisi. Infine in Fig.2.5 sono confrontati i profili di spostamento ottenuti con l'analisi dinamica non lineare al passo (NTHA) con quelli ottenuti con il profilo di carico proposto (STA), e con un profilo di forze invariante proporzionale al primo modo (M1) e con la procedura MPA sviluppata da Chopra nel 2004 ed ampiamente discussa prima.

Come si evince dai 3 casi studio presentati dagli autori, la tecnica proposta (STA) riesce, quasi sempre, ad essere la procedura che più si avvicina ai risultati ottenuti con l'analisi dinamica non lineare

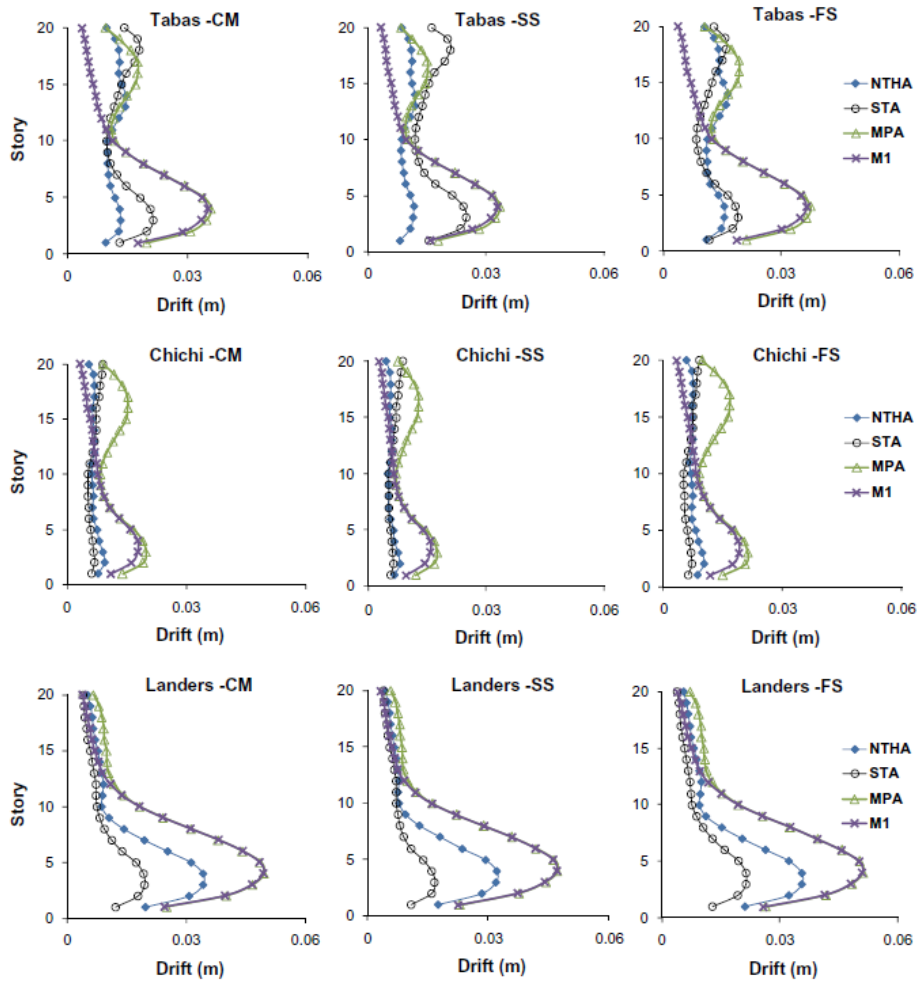


Fig. 2.5 *Risultati per tre diversi imput sismici (Tabas 1978, Chichi 1999, Landers 1992), edifico 20 piani, in cui: CM-centro di massa, SS-lato rigido, FS-lato flessibile.*

In figura 2.5 si può notare che in particolare negli edifici alti (20 piani), la tecnica STA è sicuramente quella che riesce a riprodurre più fedelmente i risultati ottenuti con l'analisi dinamica non lineare. Detto questo, bisogna evidenziare, però, che in alcuni casi questa procedura tenda a sottostimare, anche significativamente, la domanda, soprattutto ai piani bassi (indistintamente dal punto di controllo sia che esso sia il baricentro delle

masse, un punto selezionato sul lato rigido o un altro del lato flessibile) e per determinati input sismici (Landers, distanza epicentro-registrazione 1,1 Km). Nel caso di strutture di altezza intermedia (9 piani), (Fig. 2.6) la sottostima ai piani bassi si riduce drasticamente per tutti gli input, anche se continua ad essere abbastanza significativa per il lato flessibile per tutti e tre gli input selezionati. Tutti gli altri casi evidenziano che i risultati forniti dalla STA sono molto simili alla NTHA. Nel caso di struttura bassa, 3 piani, (Fig. 2.7) i risultati sono molto frastagliati in funzione del punto di controllo e dell'imput selezionato. Si nota una buona corrispondenza tra la STA e la NTHA in tutti i casi di input near fault (Landers) e invece una discrepanza significativa in tutti gli altri casi, soprattutto dal lato rigido della struttura.

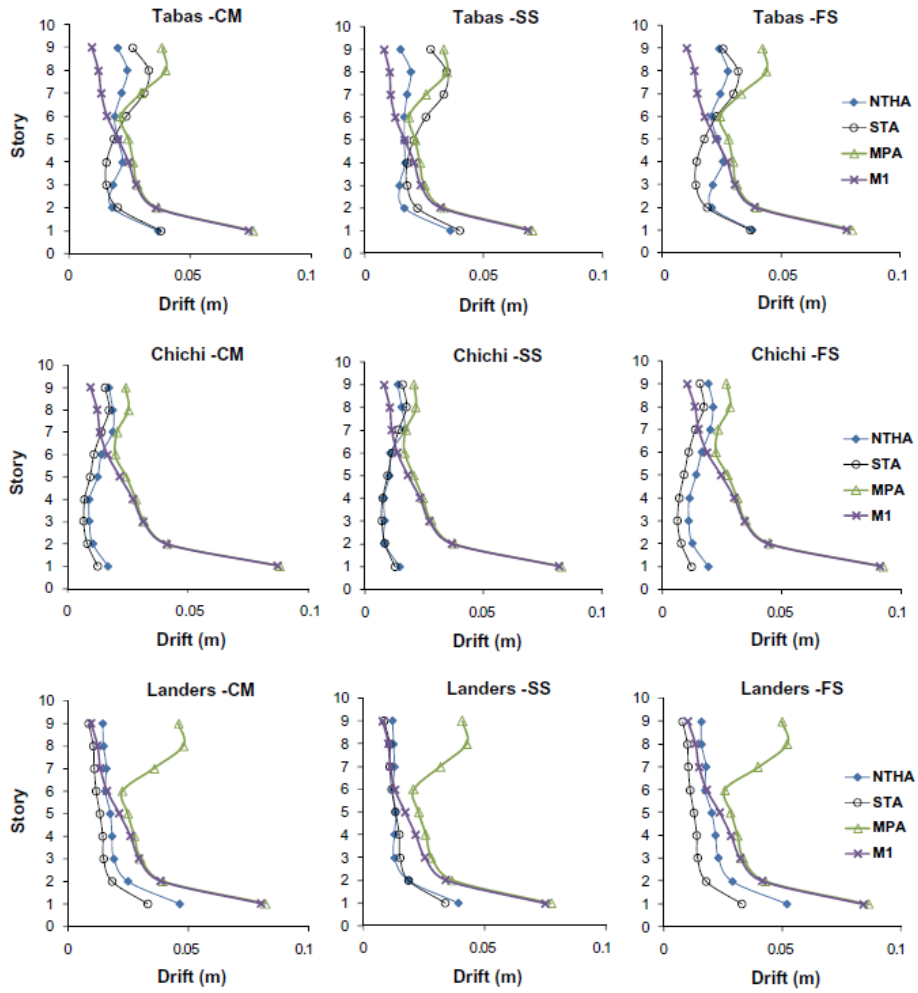


Fig. 2.6 *Risultati per tre diversi imput sismici (Tabas 1978, Chichi 1999, Landers 1992), edifico 9 piani, in cui: CM-centro di massa, SS-lato rigido, FS-lato flessibile.*

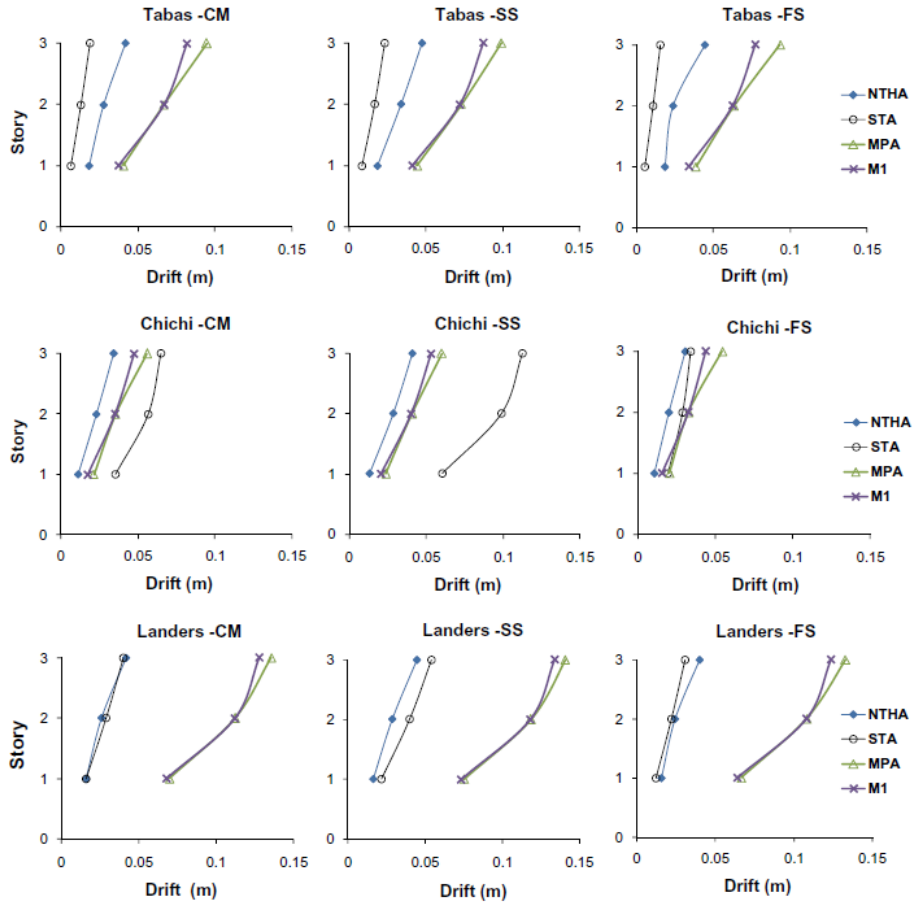


Fig. 2.7 *Risultati per tre diversi imput sismici (Tabas 1978, Chichi 1999, Landers 1992), edifico 3 piani, in cui: CM-centro di massa, SS-lato rigido, FS-lato flessibile.*

Un'altra procedura, ottenuta come modifica della procedura N2 precedentemente descritta, battezzata "extended N2 method", è stata sviluppata e proposta da Fajfar nel 2012. In questa procedura particolarmente accattivante per la semplicità di esecuzione, vengono individuate due famiglie di coefficienti correttivi per tenere in conto il contributo dei modi superiori sia in elevazione che in pianta.

La metodologia può essere riassunta attraverso i seguenti passi:

1. Si effettua una analisi N2 convenzionale (Fajfar, 2000). Il carico sarà applicato al baricentro delle masse, indipendentemente in ognuna delle due direzioni orizzontali ed in ognuno dei due versi (segno positivo e negativo). Lo spostamento target del baricentro delle masse è determinato in entrambe le direzioni (il valore più grande ottenuto per i segni positivi e negativi). E' assunto che gli effetti dei modi superiori sullo spostamento target del baricentro delle masse dell'ultimo impalcato siano trascurabili.

2. Si effettua un'analisi modale con spettro di risposta (RSA) sul modello tridimensionale con eccitazione sismica indipendente nelle due direzioni orizzontali, considerando tutti i modi rilevanti (utilizzando la regola di combinazione CQC), e combinando i risultati per le due direzioni in accordo con la regola SRSS. Si determinano gli spostamenti e i drift del centro di massa (CM) di ogni piano. Si calcola lo spostamento dell'ultimo piano per ogni telaio o parete sismica in pianta. Si scalano i risultati in modo tale che lo spostamento al CM dell'ultimo piano ottenuto dall'analisi modale elastica sia uguale allo spostamento target imposto per il CM nell'analisi N2 convenzionale.

3. Si amplifica la domanda sismica ottenuta al passo 1 attraverso i risultati ottenuti al passo 2. Questo può essere ottenuto attraverso l'applicazione di due sets di coefficienti, uno per gli spostamenti in pianta e l'altro per i drift di piano (lungo l'altezza). Più in dettaglio, per ottenere il drift di un particolare piano in una particolare posizione della pianta, bisognerà moltiplicare i risultati dell'analisi N2 base per il prodotto dei due coefficienti trovati come segue:

   3.a. Il fattore di correzione degli effetti torsionali è valutato, per ciascun telaio o parete sismica, come il rapporto tra lo spostamento dell'ultimo impalcato, ottenuto attraverso l'analisi dinamica con spettro di risposta

amplificata come prima descritto per rendere lo spostamento del CM uguale al corrispondente spostamento della N2 convenzionale, e lo spostamento del telaio o parete dell'ultimo livello, ottenuto attraverso l'analisi N2 convenzionale. Se questo rapporto risulterà più piccolo di 1.0, non saranno tenuti in conto gli effetti di deamplificazione torsionale. Questi fattori correttivi sono funzione della posizione planimetrica.

3.b. I coefficienti (uno per impalcato) di correzione da utilizzare per i drift di piano a causa degli effetti dei modi superiori in elevazione sono definiti come il rapporto tra gli spostamenti dei CM di ogni piano, ottenuti attraverso l'analisi dinamica con spettro di risposta, amplificati come prima descritto per rendere lo spostamento del CM dell'ultimo piano uguale al corrispondente spostamento della N2 convenzionale, e gli spostamenti dei centri di massa di ciascun piano ottenuti attraverso l'analisi N2 convenzionale. Anche in questo caso non saranno tenute in conto deamplificazioni. I coefficienti saranno determinati per ogni piano nelle due direzioni orizzontali.

Attraverso un esempio proposto dagli autori di un edificio in C.A. di otto piani (Fig. 2.8) con un'eccentricità del CM del 5%, si può notare che (Fig.2.9) la procedura appena descritta risulta essere molto precisa, seguendo da vicino sia gli spostamenti che i drift, del CM, ottenuti attraverso un'analisi dinamica non lineare.

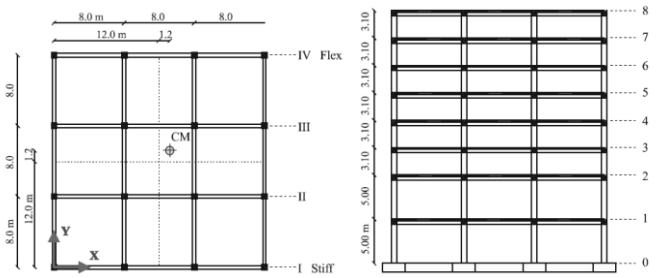


Fig. 2.8 *Edificio studio, pianta e sezione.*

Questi risultati vengono confermati nei telai posizionati sia dal lato flessibile che dal lato rigido della struttura. Confrontando sempre gli esiti delle analisi si evidenzia un netto miglioramento nella previsione della risposta rispetto alla tecnica N2 base (Fig. 2.9).

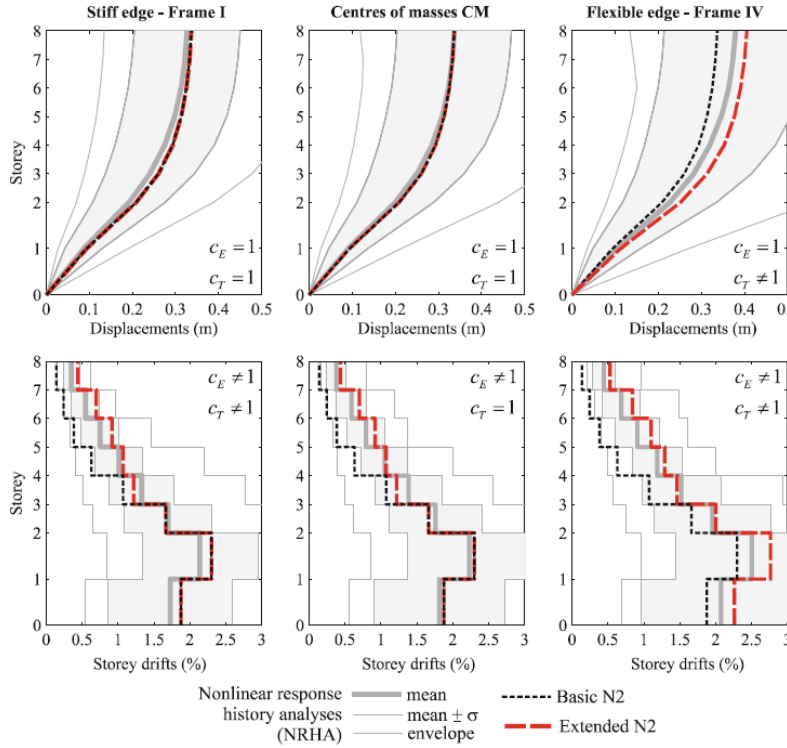


Fig. 2.9 *Risultati Extended N2, Basic N2 e Time History per rispettivamente: telaio lato rigido, centro di massa e telaio lato flessibile.*

2.6 Le formulazioni normative

In riferimento all'analisi statica non lineare, in ambito normativo i più recenti codici, consci della variabilità della risposta che origina dalle caratteristiche aleatorie dell'azione sismica, e delle intrinseche approssimazioni di un metodo che prova ad interpretare un fenomeno dinamico attraverso un analisi statica "*equivalente*", prevedono di ottenere i valori massimi della domanda sismica attraverso l'inviluppo dei risultati di

più analisi condotte con riferimento a diversi profili di forze. In particolare, vengono definiti un profilo di forze principale (o del primo gruppo) che tende a riprodurre la risposta attesa per effetto dei terremoti di modesta intensità, e/o sistemi in cui il comportamento non lineare della struttura non modifichi significativamente le proprietà dinamiche della struttura, e in particolare le forme modali. Vengono poi definiti profili di forze "secondari" che dovrebbero essere in grado di riprodurre, o inviluppare, la risposta di strutture a comportamento fortemente non lineare, per le quali sia prevista una forte modifica delle caratteristiche dinamiche per il diffondersi (ma anche il concentrarsi in particolari elementi resistenti) delle plasticizzazioni.

Vengono nel seguito riportate le procedure di ASNL contenute nei codici normativi di riferimento Italiano (NTC2008), Europeo (EC8) ed Americano (FEMA356)

2.6.1 ASNL secondo NTC 2008

Il metodo statico non lineare oggi contenuto nella normativa italiana per la valutazione della risposta sismica delle strutture si basa sostanzialmente sul metodo N2.

La normativa tecnica 2008 prevede l'analisi statica non lineare come uno strumento alternativo all'analisi dinamica non lineare per la valutazione della prestazione strutturale: essa permette infatti di determinare la sovraresistenza della struttura, rappresentata dal rapporto tra il moltiplicatore dei carichi allo snervamento e quello corrispondente alla condizione ultima, verificare l'effettiva distribuzione della domanda inelastica negli edifici progettati con il fattore di struttura q; di progettare

edifici di nuova costruzione con una metodologia sostitutiva dei metodi di analisi lineari; valutare la capacità di edifici esistenti.

La metodologia si basa essenzialmente sulla determinazione della curva di spinta, definita dal legame fra il taglio sismico alla base e lo spostamento di un punto di controllo, usualmente scelto come il baricentro dell'ultimo piano; sulla determinazione delle caratteristiche di un sistema a un grado di libertà SDOF (***S****ingle* ***D****egree* ***O****f* ***F****reedom*) a comportamento bilineare equivalente e sulla valutazione della risposta massima in spostamento; sulla conversione dello spostamento del sistema SDOF equivalente nella configurazione deformata del sistema effettivo multipiano, e sul calcolo della domanda di prestazione per gli elementi strutturali; sulla verifica della compatibilità delle deformazioni e delle sollecitazioni per gli elementi strutturali

Le indicazioni normative (NTC2008) prevedono l'impiego di almeno due distribuzioni di carico, una appartenente alle distribuzioni "principali" (Gruppo1), e l'altra ricadente nelle distribuzioni di "seconda classe" (Gruppo2), di seguito descritte.

Il Gruppo 1, si pone l'obiettivo di riprodurre la risposta di sistemi a comportamento debolmente non lineare o, come precedentemente evidenziato, tali che le plasticizzazioni non modifichino significativamente la forma dei modi di vibrare significativi (come accade per strutture progettate secondo il criterio della gerarchia delle resistenze)

E' formato da profili di carico definiti a partire dalle proprietà dinamiche della struttura a comportamento lineare ed è costituito dalle seguenti distribuzioni di forze:

1. proporzionali alle forze impiegate nell'analisi statica definite dalla norma (proporzionali all'altezza dallo spiccato delle fondazioni). Questa distribuzione è applicabile se il modo di vibrare fondamentale nella direzione considerata ha una massa partecipante non inferiore al 75%, e se si utilizza insieme a questa la prima distribuzione del gruppo 2.
2. proporzionali alla forma del I modo di vibrare, applicabile solo se il modo fondamentale nella direzione considerata ha una massa partecipante non inferiore al 75%.
3. corrispondente alla distribuzione dei tagli di piano, calcolati dalla combinazione delle risposte modali, attraverso l'analisi lineare con spettro di risposta, considerando un numero di modi sufficiente da ricoprire almeno il 90% di massa partecipante. Questa distribuzione è applicabile solo se il periodo fondamentale della struttura è maggiore di T_c.

Del Gruppo 2 fanno parte le seguenti distribuzioni atte a prevedere la risposta di sistemi che, in relazione alle caratteristiche strutturali e/o dell'eccitazione sismica, potrebbero esibire un comportamento fortemente non lineare, caratterizzato da significative variazioni delle forme modali associate alla matrice di rigidezza tangente del sistema:

1. *uniforme*, consistente in una distribuzione di forze proporzionale al valore della massa di piano ad ogni livello.
2. *adattiva*, che prevede l'applicazione di un profilo di forze che cambia al crescere dello spostamento del punto di controllo, in funzione della plasticizzazione della struttura.

La Normativa Italiana prevede che al sistema strutturale venga associato un sistema strutturale equivalente ad un grado di libertà

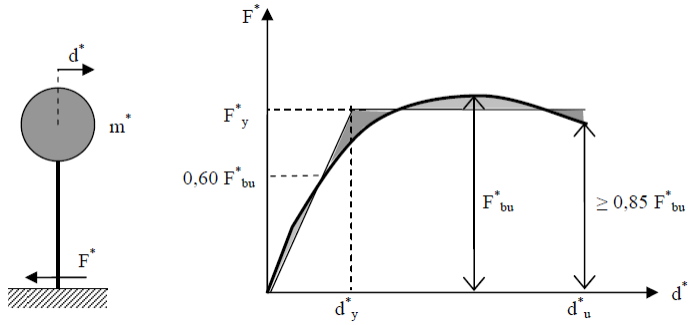


Fig. 2.10 *Sistema equivalente ad un grado di libertà secondo la NTC2008.*

La forza F^* e lo spostamento d^* del sistema equivalente sono legati alle corrispondenti grandezze F_b e d_c del sistema reale dalle relazioni:

$$F^* = \frac{F_b}{\Gamma} \quad \text{e} \quad d^* = \frac{d_c}{\Gamma}; \qquad [2.23]$$

dove con Γ si è indicato il "fattore di partecipazione modale" definito dalla relazione

$$\Gamma = \frac{\varphi^T M \tau}{\varphi^T M \varphi}; \qquad [2.24]$$

in cui M è indicata la matrice delle masse del sistema reale, τ il vettore di trascinamento corrispondente alla direzione del sisma considerata e φ il modo di vibrare fondamentale del sistema reale normalizzato ponendo d_c=1.

Ricavata la curva di capacità dell'edifico, questa viene trasformata in una bilineare equivalente costituita da un tratto iniziale elastico e da un secondo tratto perfettamente plastico. Il tratto elastico viene individuato

imponendo il passaggio per il punto che corrisponde al 60% della resistenza massima del sistema equivalente

$$F_{bu}^{*} = \frac{F_{bu}}{\Gamma}; \qquad [2.25]$$

dove con F_{bu} si è indicata la resistenza massima del sistema equivalente.

Nel caso in cui il periodo elastico della struttura T^* risulti $T^* \geq T_c$ la domanda in spostamento per il sistema anelastico si assume uguale a quella del sistema elastico di pari periodo

$$\mathrm{d}_{\max}^{*} = \mathrm{d}_{e,\max}^{*} = S_{De}(T^{*}); \qquad [2.26]$$

Nel caso in cui $T^* < T_c$ la domanda in spostamento per il sistema anelastico sarà maggiore di quella del sistema elastico di pari periodo e sarà pari a:

$$d_{\max}^{*} = \left(\frac{d_{e,\max}^{*}}{q}\right) \cdot \left[1 + (q^{*} - 1)\frac{T_C}{T^{*}}\right] \geq d_{e,\max}^{*}; \quad [2.27]$$

dove q^* rappresenta il rapporto tra la forza di risposta elastica e la forza di snervamento del sistema equivalente; se $q^* < 1$ allora $\mathrm{d}^{*}_{\max} = \mathrm{d}^{*}_{e,\max}$.

È opportuno rilevare che la circolare N°617 del 02/02/2009 sottolinea che l'ASNL condotta nei modi previsti dalla NTC può sottostimare significativamente le deformazioni sui lati più rigidi e resistenti di strutture flessibili torsionalmente. Per tenere conto di questo effetto, è suggerito che tra le distribuzioni delle forze secondarie occorre scegliere la distribuzione adattiva.

2.6.2 ASNL secondo Eurocodice 8

L'EuroCodice-8 (2005) prescrive di imporre alla struttura almeno due distinte distribuzioni di forze orizzontali in modo da tenere in considerazione il cambiamento delle caratteristiche della risposta strutturale al crescere del livello deformativo.

Le distribuzioni di forze, applicate ai baricentri delle masse di ciascun piano, sono:

- una distribuzione uniforme, basata su forze laterali che sono proporzionali alla massa trascurando l'altezza (accelerazione di risposta uniforme);
- una distribuzione "modale", proporzionale alle forze laterali compatibile con la distribuzione delle forze laterali nella direzione considerata determinata nell'analisi elastica

La risposta strutturale viene descritta dalla curva di capacità che rappresenta la relazione tra il taglio alla base della struttura e lo spostamento in sommità della stessa che "*sia determinata da un'analisi "pushover" per valori dello spostamento del punto di controllo che variano tra zero e il valore corrispondente al 150% dello spostamento target*", definito come la richiesta sismica derivata dallo spettro di risposta elastico in termini di spostamento di un sistema equivalente a un grado di libertà.

Per entrambe le distribuzioni di forze, questa relazione, ottenuta per il sistema MDOF, viene convertita nella rappresentazione equivalente SDOF ad un solo grado di libertà. Il procedimento di trasformazione è identico a quello previsto dalla normativa italiana, così come coincidenti sono le espressioni che consentono di stimare lo spostamento target attraverso lo spettro di risposta elastico riportate in [2.26] e [2.27].

Leggermente differente è la procedura per l'approssimazione della curva di spinta con una bilatera equivalente che assume che la resistenza di snervamento coincida con la resistenza ultima del sistema, e determina la rigidezza iniziale sulla base del criterio di uguaglianza dell'energia di deformazione, prevedendo di arrestare le due curve allo spostamento, in seguito indicato con D_m, per il quale venga attivato il meccanismo plastico, o con maggior accuratezza, quello target. In quest'ultimo caso è prevista la possibilità di applicare la procedura iterativa per la determinazione di valori coerenti della rigidezza iniziale e dello spostamento target.

Sulla base di questo criterio, il punto di snervamento si determina attraverso le seguenti relazioni analitiche che dipendono dal valore del taglio massimo relativo allo spostamento che produce il collasso, V_u e dall'energia di deformazione E_m^*:

$$F_y^* = \frac{V_u}{\Gamma} \quad \text{e} \quad D_y^* = 2 \cdot \left(D_m - \frac{E_m^*}{F_y^*} \right); \qquad [2.29]$$

Infine viene anche qui fatto rilevare che l'ASNL condotta nei modi previsti può sottostimare significativamente le deformazioni sui lati più rigidi e resistenti di strutture flessibili torsionalmente o con un secondo modo di vibrare prevalentemente torsionale. Per fare fronte a questa circostanza è richiesto di amplificare l'entità di tali spostamenti, suggerendo di impiegare, per il calcolo del coefficiente di amplificazione, i risultati di una analisi modale condotta sul sistema elastico.

2.6.3 ASNL secondo Fema-356

Analogamente a quanto visto per le normative precedenti, la *Federal Emergency Management Agency* (FEMA 356 2000, FEMA 440 2005, FEMA P440a 2009, FEMA P-751), prevede di sottoporre la struttura ad una prima distribuzione di forze orizzontali scelta tra:

- una distribuzione proporzionale alla deformata del primo modo di vibrare, da potere impiegare nel caso in cui la massa attivata da questo sia almeno il 75% di quella complessiva;
- una distribuzione denominata *code distribution*, con forze di piano F_i proporzionali al prodotto $w_i\ (h_i)^k$, con esponente k variabile linearmente nel campo $1 \leq k \leq 2$ per periodo fondamentale di vibrazione T_1 variabile nel campo $0.5 \leq T_1 \leq 2.5$ sec.; tale distribuzione può essere impiegata soltanto se la seconda distribuzione sia una distribuzione uniforme, e sempre nel caso in cui la massa attivata dal primo modo di vibrare sia almeno il 75% di quella complessiva;
- una distribuzione ottenuta proporzionale al prodotto delle masse di piano per una combinazione col metodo SRSS delle deformate relative ai modi di vibrare, da impiegare nel caso in cui il periodo fondamentale sia maggiore di 1 secondo.

La seconda distribuzione deve essere scelta tra:

- la distribuzione uniforme (forze proporzionali alle masse di piano);
- una distribuzione adattiva (adaptive distribution) variabile durante l'analisi in base alle caratteristiche della struttura deformata.

Il metodo per la valutazione del comportamento strutturale mediante analisi statica non lineare proposto nelle linee-guida per la riabilitazione di

edifici esistenti comunemente denominate FEMA 356 si discosta soltanto apparentemente dal metodo N2 in quanto non prevede una esplicita definizione di un sistema SDOF equivalente ma prevede l'approssimazione della curva di prestazione con una bilineare equivalente attraverso criteri di equivalenza energetica, che è legata alla curva di capacità dalle medesime relazioni appena viste per la normativa italiana e l'Eurocodice 8. In particolare l'ipotesi fondamentale è ancora quella che il comportamento del sistema MDOF sia dominato dal primo modo di vibrare, pertanto la forza F^* e lo spostamento D^* del della curva sulla base della quale valutare le caratteristiche di rigidezza e resistenza del sistema sono determinabili attraverso le relazioni

$$D^* = \frac{D}{\Gamma} \quad \text{e} \quad F^* = \frac{V}{\Gamma}; \qquad [2.34]$$

La curva ($F^* - D^*$) viene sostituita con una relazione di tipo bilineare, dove la pendenza del tratto elastico K_e^*. si determina imponendo che il ramo elastico intersechi la curva di capacità in corrispondenza di un taglio alla base pari al 60% della resistenza di snervamento F_y^*, mentre quella del ramo anelastico da aK_e^* deve essere determinati utilizzando una procedura iterativa che assicuri che le aree sottese dalle curve, fino alla condizione ultima o in corrispondenza dello spostamento target, risultino coinciedenti, ovvero uguagliando le energie di deformazione. Indicando poi con K_i^* la rigidezza elastica dell'edificio ad azioni orizzontali nella direzione considerata e con T_i il periodo elastico determinato con analisi dinamica lineare si può calcolare il periodo effettivo del sistema equivalente come:

$$T_e^* = T_i^* \sqrt{\frac{K_i^*}{K_e^*}}; \qquad [2.35]$$

essendo T_i^* il periodo elastico iniziale della struttura, K_i^* la rigidezza laterale elastica della struttura; K_e^* la rigidezza equivalente definita attraverso la caratterizzazione bilineare equivalente della curva di pushover.

Il massimo spostamento atteso sotto sisma δ_T (spostamento target) viene determinato in accordo con il metodo *"Coefficient Method"* (CM) amplificando la risposta elastica attraverso i coefficienti correttivi tarati mediante analisi di tipo statistico. In particolare le FEMA356 propongono la seguente formulazione equivalente

$$\delta_T = C_0 \cdot C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot S_a \frac{T_e^{*2}}{4\pi^2} g; \qquad [2.36]$$

In cui S_a è l'accelerazione spettrale corrispondente al periodo fondamentale equivalente T_e^*, g è l'accelerazione di gravità. I fattori correttivi C_0, C_1, C_2, C_3 consentono di trasformare la risposta elastica del sistema SDOF equivalente nella risposta inelastica dell'intero sistema strutturale. C_0 esprime la relazione tra lo spostamento spettrale e lo spostamento in sommità. Questo fattore correttivo consente di correlare la risposta elastica di un sistema SDOF con la risposta elastica del sistema MDOF. Il coefficiente C_1 correla la risposta inelastica e la risposta elastica del sistema SDOF equivalente, ed è pari a:

$$C_1 = \begin{cases} 1.0 & T_e^* \geq T_S; \\ \left(1.0 + (R-1)T_S / T_e^*\right)/R & T_e^* < T_S; \\ 1.5 & T_e^* > 0.1s; \end{cases} \qquad [2.37]$$

dove con *R* si è indicato il rapporto tra la resistenza elastica richiesta ed il limite elastico convenzionale e con T_s il periodo corrispondente al passaggio dalla zona ad accelerazione costante alla zona a velocità costante dello spettro di Newmark-Hall. Il coefficiente C_2 tiene invece conto del comportamento isteretico, del degrado di rigidezza e di resistenza del sistema. I valori che può assumere questo coefficiente sono tabellati in funzione del tipo di telaio e dei livelli di prestazione. Il coefficiente C_3 tiene conto dell'incremento degli spostamenti dovuto agli effetti P-Δ in campo dinamico, ed è valutabile attraverso la relazione:

$$C_3 = \begin{cases} 1.0; & \alpha \geq 0; \\ \left(1.0 + \dfrac{|\alpha|(R-1)^{3/2}}{T_e^*}\right) & \alpha < 0; \end{cases} \qquad [2.38]$$

Le norme *FEMA 356* consentono una stima dello spostamento in grado di tenere conto delle caratteristiche dissipative della struttura attraverso la forma dei cicli di isterei, e dell'incremento di spostamento massimo dovuto agli effetti P-Δ, fattori non tenuti in considerazione dalla normativa italiana e europea

2.7 Sintesi delle procedure esistenti in letteratura

Dalle prime formulazioni avanzate all'inizio degli anni novanta alle ultime tecniche presentate recentemente in letteratura l'analisi statica non lineare (Pushover analysis) ha incrementato fortemente il suo campo di applicazione oltre che le sue capacità previsionali. Una delle prime formulazioni, basata su un unico profilo di forze monomodale ed invariante, può essere attribuita a Fajfar (1996) autore, probabilmente, della prima codifica metodologica per arrivare a calcolare la domanda richiesta ad un edificio sottoposto ad una determinata azione sismica (azione modellata attraverso uno spettro di risposta). Dopo questo contributo lo studio si è concentrato soprattutto su due grandi filoni di ricerca: le procedure adattive e le tecniche multimodali. Tra le tecniche multimodali sicuramente da menzionare è la procedura proposta da Chopra nel 2002, estesa alle strutture spaziali irregolari nel 2004, che attraverso lo sviluppo di un'analisi di spinta per i modi, ritenuti, principali attraverso lo spettro di risposta riesce ad ottenere la domanda di ogni singolo modo, domanda che verrà nel seguito combinata attraverso una tecnica statistica come la SRSS o la CQC. Questa tecnica ha il merito di riuscire a tener conto dei contributi dei modi superiori, anche se la qualità della stima si abbassa notevolmente nel caso di strutture con comportamento fortemente non lineare. L'altro filone di ricerca sviluppato in questi ultimi anni è stato quello basato sulle analisi adattive. Tra queste una che merita particolare attenzione è la tecnica formalizzata da Pinho nel 2004. Questa nello specifico accoppiando i pregi del comportamento adattivo con un profilo multimodale basato sugli spostamenti riesce a cogliere bene il comportamento di strutture

fortemente non lineari abbastanza regolari. Successiva a questa fase, forse, rendendosi conto della difficoltà nello sviluppare una procedura che riuscisse in tutti i casi (strutture sia irregolari che a comportamento fortemente non lineare) a descrivere il comportamento ottenuto con l'analisi dinamica non lineare, i ricercatori hanno orientato i loro sforzi verso un altro approccio al problema, nello specifico, non più descrivere in maniere pedissequa i risultati ottenuti attraverso le Time History, bensì sviluppare una procedura che inviluppasse i valori ottenuti attraverso l'analisi dinamica non lineare. Autore di una di queste tecniche è stato Fajfar che nel 2012 sviluppò l'Extended-N2 method. Questa procedura, molto accattivante in quanto a semplicità di utilizzo, propone lo sviluppo in serie sia di una normale N2 che di una dinamica modale con spettro di risposta, e dopo aver amplificato gli spostamenti ottenuti attraverso la dinamica lineare tramite il rapporto tra lo spostamento in testa raggiunto nelle due analisi ottiene la domanda di spostamento (e drift) tramile l'inviluppo tra le due. Anche in campo normativo questa sembra essere la strada perseguita, infatti, come prescritto nelle NTC2008 la domanda viene calcolata come inviluppo tra due profili di carico diversi. La procedura che verrà proposta in seguito, seguirà questa filosofia provando ad ottenere una stima della risposta affidabile non sovrastimando troppo, però, in nessun livello della struttura.

3 BENCHMARK: ANALISI DINAMICA NON LINEARE

3.1 Aspetti generali

L'analisi dinamica non lineare rappresenta ad oggi il metodo più evoluto per descrivere il comportamento sismico di una qualunque struttura della quale è possibile modellare il comportamento dinamico ciclico con adeguato grado di accuratezza. Contraltare di questa raffinatezza di calcolo è la complessità nella definizione del modello e dell'input sismico. Questa particolare tipo di analisi consiste nell'integrazione numerica delle equazioni del moto non lineari, di conseguenza l'input sismico deve essere rappresentato attraverso una storia temporale delle accelerazioni al suolo (accelerogramma).

Il modello della struttura potrà essere discretizzato attraverso gli elementi finiti spaziali, piani o monodimensionali, e in quest'ultimo caso la definizione della non linearità meccanica potrà essere concentrata alle estremità degli elementi trave-pilastro oppure estesa a tutto l'elemento tramite modelli a plasticità diffusa. Le caratteristiche sezionali potranno, invece, essere descritte attraverso modelli a fibre o basati sul legame momento-curvatura per diversi

valori dello sforzo normale. Nei modelli a plasticità concentrata bisognerà individuare i punti di possibile formazione delle cerniere non lineari, operazione alquanto complessa soprattutto in caso di modelli articolati. Nei modelli a plasticità diffusa i vantaggi rispetto ai più semplici modelli a plasticità concentrata, sono largamente elencati, ad esempio, nelle pubblicazioni di Filippou and Fenves [2004] o di Fragiadakis and Papadrakakis [2008], insieme ad una breve descrizione della loro evoluzione storica ed alla discussione sulle limitazioni esistenti. In questa sede si vuol far semplicemente notare come gli elementi a plasticità diffusa non richiedano (almeno, non necessariamente in modo diretto) una calibrazione di parametri di risposta empirici per ottenere la risposta di un elemento reale o ideale sotto condizioni di carico idealizzate, come invece è necessario fare nel caso dei modelli a plasticità concentrata. Utilizzando, infatti, il cosiddetto "approccio a fibre" per rappresentare il comportamento di una sezione, ad ogni fibra è associata una relazione monoassiale sforzo-deformazione (Fig.3.1);

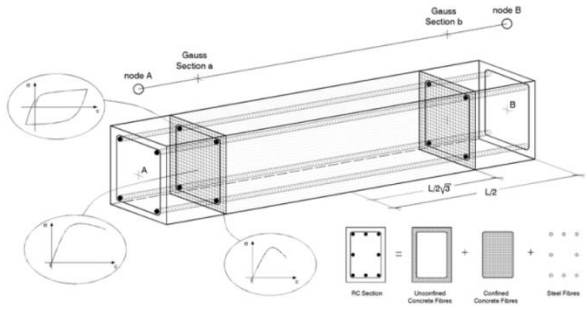


Fig. 3.1. *Discretizzazione in fibre di un elemento monodimensionale*

Lo stato deformativo delle sezioni degli elementi trave-colonna è pertanto ottenuto tramite l'integrazione della risposta mono-assiale non lineare sforzo-deformazione di ciascuna fibra (tipicamente 100-

150) in cui e stata suddivisa la sezione (la discretizzazione di una tipica sezione in cemento armato e rappresentata, a titolo di esempio, nella figura 3.2).

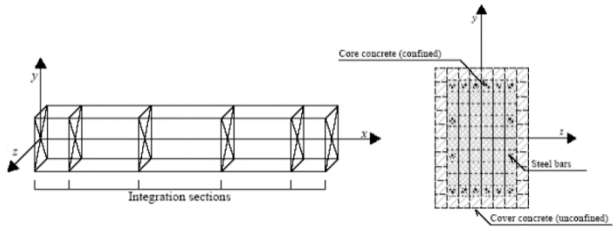


Fig. 3.2. *Discretizzazione in fibre di un elemento monodimensionale*

In aggiunta alla definizione del comportamento di materiali ed elementi nelle analisi non lineari statiche, in quelle dinamiche andranno definiti dei legami ciclici. La definizione di questi non sempre è immediata, soprattutto nel caso di analisi condotte con modelli a plasticità concentrata in cui il comportamento della sezione è definito attraverso legami ciclici momento-curvatura. Nei modelli a fibre basterà definire, invece, definire il comportamento ciclico dei materiali costituenti la struttura, operazione più facile rispetto quella evidenziata prima, ma sempre di difficile attuazione.

La modellazione del comportamento della cerniera plastica attraverso modelli a fibre presenta, inoltre, numerosi vantaggi che possono essere riassunti come segue: (i) nessun obbligo di svolgere, per gli elementi, un'analisi propedeutica momento-curvatura, (ii) nessun bisogno di introdurre comportamento isteretici semplificati associati agli elementi (dal momento che tale comportamento e implicitamente definito dai legami costitutivi dei materiali associati alla sezione), (iii) modellazione diretta dell'interazione carico assiale-momento flettente (sia in termini di resistenza che di rigidezza), (iv) rappresentazione diretta del carico biassiale, e infine (v) modellazione diretta

dell'interazione tra le resistenze flessionali nelle direzioni ortogonali. Va rilevato che i modelli tradizionali a fibre non sono in grado di rappresentare l'interazione fra sollecitazioni che creano tensioni normali (azioni assiali e flettenti) e quelle che creano tensioni tangenziali (taglio e torsione) che possono più facilmente essere rappresentate nei modelli plasticità concentrata.

Altri elementi su cui è opportuno porre l'attenzione nel valutare l'efficacia dell'analisi dinamica non lineare saranno i parametri in output dell'analisi. In questa tecnica di calcolo, infatti, tutti i parametri di risposta si ottengono per ogni singolo incremento di integrazione numerica, generando enormi tabulati di calcolo, rendendo quindi complessa l'analisi critica della risposta di una struttura.

Oltre ai già citati limiti della analisi dinamica non lineare al passo, vanno evidenziate la difficoltà nella definizione delle caratteristiche generali e quelle del singolo campione dell'input sismico.

3.2 Definizione dell'input sismico

La formulazione di metodi per un'adeguata modellazione dell'azione sismica si presenta un'operazione non priva di difficoltà considerando che l'obiettivo è rappresentare un evento, che deve ancora verificarsi, del quale non sono definite con chiarezza le caratteristiche peculiari.

In letteratura non esiste unanime consenso riguardo quale tipologia di modello dell'eccitazione sismica (artificiale, simulato o naturale) sia più opportuno impiegare in un'analisi dinamica non lineare al passo, né quali criteri adottare per la sua caratterizzazione. I riferimenti normativi in proposito impongono soltanto la compatibilità con lo spettro di risposta

elastico che, per genesi, è uno strumento efficace nella caratterizzazione dell'input per l'analisi di sistemi a comportamento elastico. Per analisi condotte in campo non lineare, lo spettro di risposta elastico non può più ritenersi sufficiente a descrivere tutte le caratteristiche del moto sismico che influenzano la risposta della struttura.

I codici sismici internazionali prescrivono linee guida generali per l'impiego delle registrazioni richieste ai fini dell'analisi dinamica non lineare, ma non forniscono specifiche indicazioni riguardo quale tipologia di accelerogrammi del terremoto scegliere, né quale criterio di selezione degli accelerogrammi naturali adottare. La ragioni di tale carenza risultano facilmente comprensibili considerando che le analisi di storie temporali sono piuttosto recenti nella pratica sismica ingegneristica e le competenze sviluppate fino ad oggi non sono considerate ancora sufficienti; la ricerca riguardo questo argomento è ancora in via di sviluppo e non è stato ancora raggiunto un pieno accordo riguardo la definizione di un criterio di modellazione dell'input nè delle tecniche di selezione degli accelerogrammi del terremoto universalmente accettato come completamente soddisfacente.

Le Norme Tecniche delle Costruzioni, così come l'Eurocodice 8, consentono l'uso delle tre diverse tipologie di rappresentazioni di storie temporali dell'azione sismica: accelerogrammi artificiali, simulati e naturali.

I primi, derivati attraverso un processo di generazione basato su modelli matematici partendo in genere dallo spettro di risposta elastico, che in ambito normativo definisce l'azione sismica di progetto, presentano il vantaggio di essere coerenti con la descrizione dell'azione sismica da prendere a base della progettazione convenzionalmente definita dalle normative; tale caratteristica viene indicata con il termine di

"spettrocompatibiltà", e risulta condizione necessaria secondo le attuali prescrizioni dei più avanzati codici sismici nazionali ed internazionali. Tuttavia i primi accelerogrammi generati secondo questa procedura erano generalmente caratterizzati da un eccessivo numero di cicli di grande ampiezza e quindi da un contenuto energetico irrealisticamente elevato; inoltre alcune caratteristiche non erano in grado di rappresentare adeguatamente gli effetti su "strutture" speciali come il terreno; tali considerazioni trovano riscontro ad esempio, nella normativa italiana, che non consente di poterli impiegare in analisi dinamiche di opere e sistemi geotecnici.

Gli accelerogrammi simulati sono ottenuti attraverso complessi modelli fisico-meccanici che si avvalgono di articolate modellazioni del meccanismo di sorgente e/o della propagazione dell'onda, richiedono la valutazione di numerosi parametri caratteristici del modello, i cui valori presentano, per natura, un elevato grado di incertezza.

Gli accelerogrammi naturali, registrazioni di eventi realmente avvenuti, non presentano gli inconvenienti delle altre due tipologie, in quanto posseggono intrinsecamente le caratteristiche proprie dell'azione sismica quali contenuto energetico, contenuto in frequenza, durata dell'evento sismico, ampiezza e fase. Inoltre, a differenza degli altri due, il loro impiego non necessita di specifiche competenze una volta definito il criterio con cui selezionarli, e non presenta alcun onere computazionale. Una iniziale problematica connessa al loro utilizzo è la reperibilità dei dati, che risulta relativamente recente e quindi vincolata al numero di eventi avvenuti, ma il numero di registrazioni è naturalmente in continua crescita: pertanto la recentemente disponibilità di sempre più vaste banche dati contenenti registrazioni della storia di accelerazione ne sta rendendo sempre più popolare l'impiego. Appare infatti evidente che nessun segnale derivante

da un modello matematico può rappresentare un evento sismico meglio di una registrazione di un evento realmente avvenuto.

Le maggiori problematiche connesse all'impiego di accelerogrammi registrati consistono nell'individuare tutti i parametri che siano in grado di rappresentare in maniera adeguata le caratteristiche dell'input atteso in un determinato sito, in maniera da poterne definire le caratteristiche necessarie ad assicurare, con un prefissato livello di affidabilità, la progettazione di strutture sicure o di stimare in maniera efficace la vulnerabilità sismica di strutture esistenti. Infatti, è noto che in un medesimo sito, in corrispondenza di un evento sismico, strutture apparentemente simili in possano subire danneggiamenti completamente diversi.

L'obiettivo sarebbe trovare registrazioni che abbiano le stesse proprietà dell'evento che si ritiene caratteristico per un determinato sito; naturalmente, oltre ad essere un obiettivo di difficile realizzazione, in quanto la probabilità di trovare in archivio eventi con caratteristiche identiche a quelle ritenute "ideali" per l'analisi di una struttura è praticamente nulla, allo stato attuale risulta oltremodo complesso e non del tutto chiaro come definire le caratteristiche del sisma "corretto" da impiegare come input nell'analisi dinamica non lineare per una data struttura. La difficoltà si presenta, infatti, nel definire quali caratteristiche debba avere un insieme di accelerogrammi per essere considerato come input di riferimento.

Un primo problema è legato a stabilire se la rappresentazione dell'azione sismica debba essere correlata alla struttura da analizzare. Se da un lato appare evidente che l'azione sismica che si verifica in un sito, trascurando le problematiche connesse ai fenomeni di interazione terreno-struttura,

non possa dipendere dalle caratteristiche della struttura stessa, dall'altro appare altrettanto evidente che, fra gli infiniti eventi che possono realizzarsi in un dato sito, devono essere selezionati solo quelli in grado di produrre un significativo danneggiamento della struttura in esame.

Infatti, non è insolito osservare, in conseguenza di un evento sismico, una costruzione fortemente danneggiata, o addirittura crollata, accanto ad un'altra che invece rimane illesa o subisce lievi danni. In tale sito considerare un evento simile a quello appena avvenuto può essere utile nel caso di costruzioni che abbiano un comportamento simile a quello dell'edificio crollato in quanto il potenziale distruttivo per quella struttura era risultato elevato, mentre può risultare più utile considerare un evento con caratteristiche diverse per costruzioni che risultino più simili all'edificio rimasto illeso. Si ritiene, pertanto, che la scelta dell'input sismico debba essere condizionata dal tipo di struttura che si sta progettando o verificando e, conseguentemente, fornire le caratteristiche più sfavorevoli per una data struttura. Cercare di rappresentare in maniera corretta un sisma richiede, quindi, il poter prevedere il suo potenziale di danno e gli effetti da esso prodotti su un determinato edificio, e definire quali caratteristiche dell'input siano in grado di rappresentare la potenzialità a suscitare tali effetti.

3.3 Metodi di generazione basati sugli spettri

Nell'ambito dell'ingegneria sismica è possibile ottenere una adeguata rappresentazione dell'input sismico attraverso la generazione di accelerogrammi sintetici, con procedure basate su approcci probabilistici. Una storia dell'accelerazione registrata in un determinato luogo può essere

vista come un campione di un processo stocastico. Molti modelli stocastici sono stati proposti in letteratura; uno stato dell'arte delle tecniche consolidate alla fine degli anni '80 è contenuta in Shinozuka e Deodatis (1988). In essa, una primo generale criterio di classificazione differenzia modelli Gaussiani e non Gaussiani. Grazie alla loro semplicità di utilizzo i modelli Gaussiani sono i modelli più utilizzati per rappresentare l'azione sismica. Assumendo la storia temporale delle accelerazioni come una realizzazione di un processo stocastico non stazionario, questa è pienamente definita attraverso la sua funzione di autocorrelazione $R_{\ddot{u}g}[t_1, t_2]$ oppure tramite una, funzione densità spettrale di potenza (PSD) evolutiva $S_{\ddot{u}g}[\omega,t]$. Fra i processi non stazionari, in grado di riprodurre la variazione nel tempo del contenuto energetico del segnale alle diverse frequenze, nella generazione di accelerogrammi gioca un ruolo particolarmente rilevante la classe dei processi debolmente non stazionari. Questi sono caratterizzati dalla possibilità di separare la variazione della potenza del segnale nel tempo, rappresentata da una funzione scalare *a[t]* dalla variazione del contenuto energetico alle diverse frequenze $G[\omega]$, ipotizzata indipendente dal tempo. Sotto queste ipotesi semplificative, la rappresentazione del processo accelerazione sismica può essere fornito da una PSD mono-latera attraverso la seguente equazione:

$$G_{\ddot{u}g}[\omega,t] = 2\,S_{\ddot{u}g}[\omega,t] = |a(t)|^2\, G[\omega],\ \ \omega \geq 0;$$
$$G_{\ddot{u}g}[\omega,t] = 0,\ \ \omega < 0; \qquad [3.1]$$

Nel particolare caso in cui la funzione di modulazione a[t]=1 il processo è chiamato stazionario. Una volta nota la PSD è possibile generare l'*n-esimo* campione del processo attraverso la sovrapposizione di N_a armoniche con fase random mediante la relazione:

$$\ddot{u}_g^{(r)}(t) = \sum_{k=1}^{Na} \sqrt{2 G_{\ddot{u}g}\left[k\,\Delta\omega, t\right]\Delta\omega}\cos(k\,\Delta\omega t + \varphi_k^{(r)}); \qquad [3.2]$$

dove $\varphi_i^{(r)}$ sono fasi random indipendenti distribuite uniformemente nell'intervallo [0, 2π]. Per la generazione di accelerogrammi artificiali in accordo con lo spettro di risposta target, la definizione della PSD è cruciale.

Diverse sono le procedure disponibili in letteratura per la definizione di PSD in grado di fornire processi stazionari compatibili, secondo le prescrizioni normative, con gli spettri di risposta che caratterizzano l'azione sismica. Fra queste, particolarmente semplici risultano quelle proposte in Cacciola et al (2004) e Navarra et al (2013).

Evoluzione delle procedure stazionarie, sono quelle quasi-stazionarie in cui una funzione modulante, "varia" nel dominio del tempo la storia di accelerazione stazionaria. Fra le funzioni modulanti, una delle più adottate è quella proposta da Jenning (1969) di seguito riportata:

$$a^j(t) = \begin{cases} \left(\dfrac{t}{t_1}\right)^2 & t < t_1 \\ 1 & t_1 < t < t_2 \\ \exp\left[-\beta\left(t - t_2\right)\right] & t > t_2 \end{cases}; \qquad [3.3]$$

dove t_1, t_2 e β sono valutati in maniera tale che l'energia del processo stocastico raggiunga valori del 5% e del 95% di quella totale rispettivamente agli istanti t_1 e t_2. Utilizzando la funzione di Husid estesa per processi stocastici come proposto da Cacciola e Deodatis (2011):

$$H(t) = \frac{\int_0^t \int_0^\infty a^2(t) G(\omega) dt}{\int_0^{t_f} \int_0^\infty a^2(t) G(\omega) dt}; \qquad [3.4]$$

imponendo $H(t_1)=0.05$ e $H(t_2)=0.95$, si ottengono i seguenti parametri funzione della durata stazionaria T_s:

$$\beta = \frac{9}{T_s}; \quad t_1 = \frac{2.5}{\beta}; \quad t_2 = \frac{11.5}{\beta};$$

Quindi una volta stabilita la durata stazionaria T_s (ad esempio utilizzando il valore minimo dell'eurocodice 8, 10s) tutti gli altri parametri sono facilmente determinabili.

Negli ultimi anni è stato oggetto di grande interesse il filone di ricerca riguardante la generazione di accelerogrammi tramite processi non stazionari. Uno dei primi modelli sviluppati, è stato proposto da Preumont nel 1985 e consiste nel generare una PSD evolutiva $G(\omega, t)$ (funzione sia delle frequenze che del tempo) utilizzando una funzione esponenziale, e alcuni coefficienti tarati attraverso l'utilizzo di accelerogrammi ottenuti da terremoti registrati.

Nei capitoli successivi, verrà evidenziata l'influenza della tecnica di modellazione dell'input nel valutare l'efficacia delle diverse tecniche di analisi statica non lineare, quando come riferimento vengono assunti i risultati di un'analisi dinamica non lineare al passo.

4 COMBINAZIONE DEI CONTRIBUTI MODALI NELLA MPA

4.1 Aspetti generali

Come sottolineato nei precedenti capitoli un profilo di carico proporzionale alla sola prima forma modale del sistema elastico, non consente di cogliere gli effetti dei modi superiori, che influenzano significativamente la risposta di edifici di notevole altezza o con forti irregolarità altimetriche o planimetriche.

Tale limitazione, come evidenziato dalle ricerche svolte all'inizio degli anni 2000, può essere superata attraverso l'impiego di procedure pushover multi-modali, che tenendo in conto dei modi di vibrare superiori, sono in grado di porgere risultati più accurati.

Tuttavia, molte di queste procedure, proposte in letteratura, si basano sull'impiego in campo non-lineare delle regole di combinazione modale (SRSS, CQC), derivate per la valutazione del valore massimo dei parametri di risposta di sistemi elastici soggetti ad input stazionari.

La legittimità di tale estensione, priva di basi teoriche, non è mai stata adeguatamente verificata attraverso analisi numeriche né studiata attraverso formulazioni analitiche approssimate.

Fra le numerose tecniche pushover di tipo invariante multimodale, che impiegano tali regole di combinazione, la procedura proposta da Chopra & Goel nel 2002 ed estesa a strutture planimetricamente irregolari nel 2004, nota con l'acronimo MPA (Modal Pushover Analysis), riveste particolare importanza, sia per la chiarezza concettuale con cui è derivata che per l'efficacia dei risultati ottenuti.

Tale procedura, come discusso nei precedenti capitoli, nasce come naturale estensione dell'analisi dinamica modale dei sistemi elastici per la valutazione della risposta di sistemi a comportamento non-lineare, ripercorrendo il medesimo iter, caratterizzato dalla valutazione dei valori massimi della risposta per ogni modo, e successiva combinazione.

Pertanto, la MPA richiede l'esecuzione di n analisi pushover, ognuna indipendente dalle altre, con distribuzione di forze proporzionale all'n-esima forma modale, e richiede di valutare a valle il valore massimo dei parametri di risposta ricercati.

Anche nel caso di analisi non lineare, quindi, trovati per il parametro di riposta cinematico scelto, i valori dei singoli picchi modali dedotti dalla configurazioni deformate del sistema non lineare soggetto ai corrispondenti termini dell'espansione modale delle forze sismiche, arrestate ciascuna al proprio valore dello spostamento target, si determina, a valle, il valore massimo della risposta del sistema MDOF, combinando i singoli valori massimi delle risposte modali con una classica regola di combinazione modale (SRSS, CQC). Più complessa è la procedura per la valutazione dei parametri di risposta meccanici,

per i quali va tenuto in conto il comportamento non lineare con le corrispondenti grandezze cinematiche a cui sono legati dalle leggi costitutive generalizzate. Questo ultimo aspetto, comune anche ad altre procedure (Moghadam, 2002), risulta poco comodo nella pratica progettuale, e ha inibito una grande diffusione della procedura, anche se la MPA si colloca, in molti casi, tra le più efficienti tecniche di analisi statica non-lineare multimodale.

L'estensione della tecnica di analisi modale in campo non-lineare soffre di due forti approssimazioni, in parte discutibili: (i) il disaccoppiamento delle equazioni modali dei singoli oscillatori a comportamento isteretico; (ii) l'impiego delle regole di combinazione modale SRSS, o CQC derivate per sistemi lineari, per la combinazione della risposta di sistemi non-lineari.

Nonostante le approssimazioni insite nella MPA, essa è comunque in grado di rappresentare con un buon grado di accuratezza il comportamento di strutture sia piane che spaziali. Per quest'ultime, è stato mostrato che l'efficacia è limitata a strutture torsionalmente rigide o torsionalmente deformabili, caratterizzate da frequenze di vibrazione lontane tra di loro (Chopra & Goel, 2004). Infatti, in tal caso, l'impiego della regola di combinazione modale SRSS risulta efficiente, sia pure privo di fondamento teorico.

Per sistemi spaziali "torsionalmente similmente rigidi", per i quali si verifica un forte accoppiamento tra i modi di vibrazione a componente prevalentemente traslazionale e quelli rotazionali, risulta irrinunciabile fare ricorso alla CQC nella combinazione delle risposte dei singoli modi.

In tali circostanze, l'accuratezza della MPA incomincia a decrescere, a causa del forte accoppiamento dei modi, conducendo alla

sottostima dello spostamento in testa del sistema MDOF, causato anche dall' impiego improprio della regola CQC.

L'estensione della regola di combinazione CQC a sistemi non-lineari rappresenta una grossa approssimazione della procedura, e non ha alcun fondamento teorico. Tale incongruenza può essere rimossa, almeno dal punto di vista formale, applicando una tecnica di linearizzazione equivalente agli oscillatori modali. Questa tecnica è in grado di trasformare, per ogni oscillatore modale, il sistema non-lineare isteretico in un sistema lineare equivalente, permettendo così di impiegare tutte le procedure utilizzate per la caratterizzazione della risposta di sistemi lineari. La procedura conduce a definire per ogni oscillatore una coppia di valori di periodo di vibrare e di smorzamento equivalente, e si riflette nell'applicazione della regola di combinazione CQC (cfr Eq. 2.21) in una modifica dei valori di picco della risposta r_i e dei coefficienti di correlazione ρ_i. Tutte le procedure di ASNL descritte precedentemente tengono in conto il primo aspetto, attraverso una modifica dei valori dello spettro di risposta in termini di spostamento (cfr. Eq. 2.3 ed Eq. 2.6), ma nessuna tiene in conto la variazione dei valori dei coefficienti di correlazione.

In base a questa considerazione, nei paragrafi successivi vengono valutate e discusse le variazioni dei valori dei coefficienti di correlazione ottenute considerando il comportamento isteretico degli oscillatori modali attraverso due tecniche: la prima basata su simulazioni numeriche dell'effettiva risposta degli oscillatori, la seconda attraverso la tecnica di linearizzazione equivalente

In particolare, conducendo un'analisi parametrica attraverso le tecniche di simulazione numerica della risposta degli oscillatori isteretici, si mostrerà l'influenza che le frequenze degli oscillatori

modali, le soglie di resistenza, il rapporto di smorzamento e di incrudimento e la scelta dell'input hanno sui valori dei coefficienti di correlazione isteretici. Verrà quindi evidenziato il campo delle frequenze dei due oscillatori modali per il quale il valore dei coefficienti di correlazione isteretici risulta significativamente maggiore di quello lineare corrispondente.

Tali strumenti verranno poi impiegati per evidenziare il contributo dell'errore commesso nell'applicazione della MPA con l'impiego delle regole di combinazione modale in campo non-lineare, a paragone con i risultati forniti dalla time history.

4.2 Tecniche per la combinazione dei contributi modali considerando le caratteristiche isteretiche dei sistemi SDOF

Allo stato attuale non esistono regole di combinazione delle risposte di oscillatori "modali" isteretici. Si è fatto rilevare che, invece, approssimando le risposte dei singoli oscillatori non lineari con quelle di sistemi lineari equivalenti, si può superare la mancanza di un fondamento teorico per la applicazione delle tecniche di combinazione usate in campo lineare, ed in particolare l'applicazione della CQC.

Attraverso una lettura ragionata dei risultati di una vasta analisi parametrica finalizzata allo studio delle dipendenze statistiche delle risposte di oscillatori bilineari a comportamento isteretico con incrudimento, sono stati dapprima studiate le correlazioni fra le risposte degli oscillatori isteretici, e successivamente valutata l'efficacia dell'impiego della tecnica di linearizzazione equivalente per la combinazione delle risposte modali degli oscillatori a comportamento isteretico.

Lo studio delle correlazioni fra le loro risposte è stato realizzato inizialmente, per mezzo di simulazioni numeriche adottando la tecnica di Monte Carlo (MCS), condotte modellando l'azione sismica prima come rumore bianco (WN) e successivamente come processo stazionario compatibile (SPC) con spettri di risposta proposti dalle NTC 2008. Per generare i campioni del processo forzante è stata impiegata la procedura dettagliatamente descritta in Cacciola et al, (2004). A tale scopo, viene preliminarmente presentata la formulazione parametrica delle equazioni del moto di oscillatori isteretici, mettendo in evidenza quali e quanti sono i parametri adimensionali dai quali dipendendono i coefficienti di correlazione.

4.3 Formulazione parametrica dell'equazione del moto di un oscillatore isteretico sottoposto ad input bianco

In accordo alla formulazione classica della regola di combinazione CQC, si considera inizialmente l'azione sismica modellata con un processo Gaussiano bianco, $W_0(t)$, a media nulla caratterizzato da una densità spettrale di potenza unilaterale G_{W0}.

L'equazione del moto dell'*n-esimo* oscillatore SDOF, a comportamento non-lineare assume la forma:

$$\ddot{D}_n + 2\zeta_n\omega_n\dot{D}_n + \frac{F_{sn}(D_n,\dot{D}_n)}{L_n} = -\ddot{u}_g(t); \qquad [4.1]$$

Questa può essere espressa in termini adimensionali, come riportato in Caddemi & Colajanni (1999), considerando lo spostamento e la varianza adimensionale dell'n-esimo oscillatore modale

$$X_n = \frac{D_n}{\sigma_{nD}}, \quad \sigma_{nD} = \sqrt{\frac{\pi G_{W0}}{4\zeta\omega_n^3}}; \qquad [4.2]$$

dove ζ_n ω_n e σ_{nD} rappresentano rispettivamente lo smorzamento, la frequenza fondamentale, e la deviazione standard della risposta, dell'n-esimo oscillatore isteretico. Introducendo gli altri parametri adimensionali:

$$\alpha_n = \frac{\zeta_n}{1-\zeta_n^2}, \qquad \tau_n = \omega_n \sqrt{1-\zeta_n^2}\, t; \qquad [4.3]$$

che tengono in conto dello smorzamento e della frequenza di vibrazione, dividendo per σ_{nD} ambo i membri della [4.1], e sulla base delle [4.2]-[4.3], si ottiene:

$$\ddot{X}_n(\tau_n) + 2\alpha_n \dot{X}_n(\tau_n) + \bar{F}_{sn}(X_n, \dot{X}_n; \tau_n) = W(\tau_n); \qquad [4.4]$$

essendo $W(\tau_n)$ l'eccitazione ottenuta scalando $W_0(\tau)$ in modo da ottenere una densità spettrale di potenza unilaterale $G_w = 4\alpha_n(1+\alpha_n^2)$. Il termine isteretico $\bar{F}_s(X, \dot{X}; \tau)$ è rappresentato dalla connessione dell'elemento di Jenkins in serie con una molla lineare (Fig. 4.1), ed in parallelo con una seconda molla. Inoltre, il simbolo "$\bar{\ }$" indica che il legame forza-deformazione del sistema SDOF adottato, ottenuto dalla curva di spinta con distribuzione di forze proporzionale all'n-esima forma modale (MPA), è quello già opportunamente bilinearizzato.

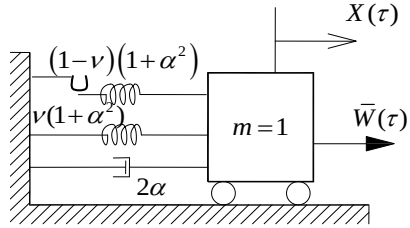


Fig. 4.1. *Oscillatore a comportamento elasto-incrudente adimensionale*

Nella Fig. 4.1 ν_n rappresenta il rapporto di incrudimento dell'oscillatore, e quindi la pendenza del tratto incrudente del legame forza-spostamento.

La soglia di snervamento in termini di deformazione viene cosi espressa:

$$X_{ny} = \frac{D_{ny}}{\sigma_{nd}}; \qquad [4.4]$$

dove si è indicato con D_{ny} lo spostamento a snervamento dell'oscillatore isteretico modale. Indicando con $\beta_{jk} = \omega_k / \omega_j$ il rapporto tra le frequenze dei due oscillatori, le equazioni del moto dei singoli oscillatori modali j e k risultano:

$$\ddot{X}_j(\tau) + 2\alpha\dot{X}_j(\tau) + F_{s,j}(X_j, \dot{X}_j; \tau) = W(\tau);$$
$$\ddot{X}_k(\tau) + 2\alpha\beta_{jk}\dot{X}_k(\tau) + \beta_{jk}^2 F_{s,k}(X_k, \dot{X}_k; \tau) = W(\tau); \quad [4.5]$$

Grazie all'operazione di parametrizzazione si è eliminata la dipendenza del processo risposta dalla frequenza dell'n-esimo

oscillatore. In tal modo, le relazioni tra la risposta dei due oscillatori dipendono solo dal rapporto β_{jk} tra le frequenze.

Note le risposte soluzione delle equazioni differenziali [4.5], i coefficienti di correlazione possono essere calcolati attraverso la loro stessa definizione:

$$\rho_{jk} = \frac{E\left[X_j X_k \right]}{\sqrt{E\left[X_j^2 \right] E\left[X_k^2 \right]}}; \qquad [4.6]$$

dove $E[\bullet]$ rappresenta il simbolo dell'operatore media; X_i $(i = j,k)$ le soluzioni delle [4.5].

Nel caso di input bianco e per sistemi a comportamento elastico, l'espressione dei coefficienti di correlazione è nota in forma chiusa:

$$\rho_{jk} = \frac{8\sqrt{\zeta_j \zeta_k}\left(\zeta_k + \beta_{kj}\zeta_j\right)\beta_{kj}^{3/2}}{(1-\beta_{kj}^2)^2 + 4\zeta_j\zeta_k\beta_{kj}(1+\beta_{kj}^2) + 4\left(\zeta_j^2 + \zeta_k^2\right)\beta_{kj}^2}; \quad [4.7]$$

che nel caso di $\zeta_i = \zeta_j = \zeta$ diventa:

$$\rho_{jk} = \frac{8\zeta^2\left(1+\beta_{jk}\right)\beta_{jk}^{3/2}}{(1-\beta_{jk}^2)^2 + 4\zeta^2\beta_{jk}(1+\beta_{jk})^2}; \qquad [4.8]$$

Per sistemi a comportamento non-lineare, la resistenza $\overline{F}_{sny}$ del generico oscillatore modale isteretico è legata all'intensità dell'accelerazione sismica, attraverso il valore del fattore di struttura q_n. Questo ultimo è definito come segue:

$$q_n = \frac{X_{n,max}}{X_{n,y}}; \qquad [4.9]$$

dove il valore di picco $X_{n,max}$ $(n = j,k)$ della risposta dell'n-esimo oscillatore viene valutato attraverso la relazione:

$$X_{n,max} = \eta_{nD}\sigma_{nD}; \qquad [4.10]$$

Nella [4.10] η_{nD} rappresenta il fattore di picco adimensionale (Vanmarcke, 1972) ed ha la funzione di amplificare la deviazione standard del processo risposta. L'espressione del fattore di picco per input bianco è data dalla seguente relazione:

$$\eta_{nD} = \sqrt{2\log\left\{0.46T_s\omega_n\left[1-\exp\left(-\delta_{u,n}^{1.2}\sqrt{\pi log(0.46T_s\omega_n)}\right)\right]\right\}}; \quad [4.11]$$

con $\delta_{u,n}$ espresso come segue:

$$\delta_{u,n} = \sqrt{\left\{1-\left(\frac{1}{1-\zeta_n^2}\right)\left[1-\frac{2}{\pi}\operatorname{atan}\left(\frac{\zeta_n^2}{\sqrt{1-\zeta_n^2}}\right)\right]^2\right\}}; \qquad [4.12]$$

Il fattore di picco dipende dalla finestra temporale di osservazione T_s, dalle caratteristiche dell'oscillatore modale (ω_n e ζ_n) e dalla probabilità p_s con cui si richiede che il massimo del processo risposta cada nell'intervallo temporale considerato.

Tenendo conto dell'operazione di adimensionalizzazione, η_{nD} risulta funzione dei soli parametri:

$$\alpha_n(\zeta_n);\ \tau_{sn} = T_s \cdot \omega_n \sqrt{1-\zeta_n}; \qquad [4.13]$$

Il parametro δ_u esprime la larghezza di banda dello spettro di potenza unilaterale della risposta G_{X_n}, e può assumere valori compresi tra 0-1 ; nel caso di processo bianco è evidente dalla [4.12] che esso dipende soltanto dal valore dello smorzamento dell' oscillatore.

Dalla (4.5) e dalle (4.10) e (4.12) è possibile evincere che, in presenza di rumore bianco, i coefficienti di correlazione per oscillatori non-lineari risultano funzione di ζ_j, ζ_k, τ_{sj}, q_j, $q_k . \nu_j$, ν_k. Gli ultimi quattro parametri sono necessari per definire la resistenza elastica del sistema, in relazione dell'intensità dell'input e l'incrudimento.

Sono stati analizzati, in questo studio, due procedure per ottenere i coefficienti di correlazione per sistemi isteretici: -per via numerica attraverso delle semplici simulazioni con il metodo Monte Carlo; - per via analitica, in modo approssimato, attraverso l'impiego di una tecnica di linearizzazione equivalente.

Nei paragrafi a seguire, verrà presentata in primo luogo la formulazione per la valutazione analitica, attraverso la tecnica di linearizzazione equivalente, dei coefficienti di correlazione isteretici. Successivamente, ne verrà verificata l'accuratezza attraverso i confronti con i risultati dell'analisi numerica. In questo contesto verrà evidenziato il campo dei parametri dei due oscillatori "modali" nel quale i coefficienti di correlazione isteretici differiscono sensibilmente

da quelli per sistemi lineari. Inoltre sarà evidenziato che il campo per cui è necessaria l'applicazione della CQC, in sostituzione della più semplice SRSS, per la valutazione del valore massimo della risposta di sistemi isteretici risulta più ampio del corrispondente per sistemi lineari.

4.4 Linearizzazione equivalente

La linearizzazione stocastica equivalente fu formulata inizialmente per prevedere la risposta di sistemi a comportamento non-lineare (*Booton* 1953 e *Kazakon*, 1954). È noto che soltanto alcuni problemi di analisi dinamica aleatoria non-lineare possiedono soluzione in forma chiusa. Nella maggior parte dei casi, invece, la risposta a problemi non-lineari viene calcolata impiegando tecniche di risoluzione approssimate, in grado di superare le difficoltà legate alla ricerca della soluzione "esatta". Una tra queste è la tecnica di "*stocastic averaging*" (*Roberts* & *Spanos*, 1997), che trasforma il sistema non-lineare in un sistema lineare a parametri incerti. Il principale vantaggio di questa operazione consiste nel poter impiegare per il sistema linearizzato ottenuto tutte le tecniche valide per sistemi strettamente lineari. In particolare, potranno essere sfruttate tutte quelle proprietà che caratterizzano i processi Gaussiani.

E' noto, infatti, che se un sistema lineare è eccitato da un processo Gaussiano anche la risposta del sistema sarà Gaussiana. In questo modo si possono prevedere varie caratteristiche della risposta, vista la possibilità di una completa caratterizzazione del processo in base alla conoscenza in forma chiusa della media e della varianza della risposta.

Gli oscillatori isteretici rappresentano una speciale categoria di sistemi non-lineari di pratica importanza. Una delle caratteristiche delle forze di richiamo isteretiche è la dipendenza delle variabili risposta, e delle sue derivate ad un prefissato istante $t = t_1$, non solo dal valore puntuale assunto in quell'istante, ma dall'intera storia temporale (per $t < t_1$).

Inoltre, un'altra proprietà fondamentale del legame forza-spostamento dell'oscillatore isteretico, impiegato nella MPA, è la rigidezza residua dopo il superamento della soglia di snervamento. In assenza dell'incrudimento, infatti, la varianza del processo risposta non sarebbe costante, ma crescerebbe sempre all'aumentare del tempo. Questo non consentirebbe una efficace applicazione delle tecniche di linearizzazione equivalente a causa della conseguente assenza di stazionarietà del processo risposta.

Per la rappresentazione del comportamento dell'oscillatore isteretico, nella MPA, è stato assunto il legame descritto in figura 4.1b.

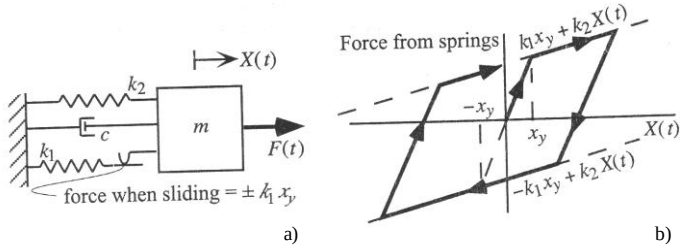


Fig. 4.1 *Oscillatore isteretico bilineare*

Il metodo di linearizzazione adottato può essere applicato a sistemi con una qualunque forma del ciclo di isteresi, ad eccezione di sistemi a comportamento degradante.

Per la derivazione della procedura di linearizzazione si considera il comportamento dinamico dell'oscillatore isteretico (Fig. 4.1), la cui equazione del moto in forma adimensionalizzzata è la seguente:

$$\ddot{X}_j(\tau)+2\alpha\dot{X}_j(\tau)+\nu(1+\alpha^2)X_j(\tau)+g\left[\{X(\tau)\}\right]=W(\tau); \quad [4.14]$$

dove $\mathbf{g}\left[\{\mathbf{X}(\tau)\}\right]$ rappresenta il termine isteretico di richiamo. Al fine di ottenere un sistema lineare, il termine isteretico viene approssimato nella seguente forma:

$$\mathbf{g}\left[\{\mathbf{X}(\tau)\}\right]\approx\eta_0+\eta_1 X(\tau)+\eta_2\dot{X}(\tau); \qquad [4.15]$$

Il termine $\dot{X}(\tau)$, che compare nella [4.15], legato all'energia di dissipazione, riveste un ruolo fondamentale nella modalità di linearizzazione, introducendo un altro elemento viscoso nell'equazione del moto. In questo modo, si ottiene una maggiore accuratezza nella valutazione dell'entità dell'energia di dissipazione, legata all'area sottesa dal ciclo di isteresi del sistema non-lineare di partenza.

Se la forzante $W(\tau)$ e la forza di richiamo isteretica sono simmetriche, allora le quantità $X(\tau)$ e $g\left[\{X(\tau)\}\right]$ sono dei processi a media nulla. Ciò implica che il termine η_0 della [4.15] è nullo. I rimanenti termini sono calcolati in base alle seguenti relazioni:

$$\eta_1 = \frac{E\left[X(\tau)g\left[\{X(\tau)\}\right]\right]}{E\left[X^2(\tau)\right]}; \qquad [4.16]$$

$$\eta_2 = \frac{E\left[\dot{X}(\tau)g\left[\{X(\tau)\}\right]\right]}{E\left[\dot{X}^2(\tau)\right]}; \qquad [4.17]$$

La natura isteretica della non-linearità complica notevolmente la valutazione dei termini al numeratore delle [4.16] e [4.17]. Per questo motivo è necessario fare delle assunzioni sulla funzione distribuzione di probabilità di $X(\tau)$ e sulla sua storia temporale.

In particolare, secondo la tecnica di stochastic averaging il processo risposta, $X(\tau)$, è assunto uguale ad un processo a banda stretta, ovvero:

$$X(\tau) = A(\tau)\cos\left[\omega_{eq}\tau + \vartheta(\tau)\right]; \qquad [4.18]$$

dove $\vartheta(\tau)$ è una variabile uniformemente distribuita tra 0 e 2π, $\{A(\tau)\}$ e $\{\vartheta(\tau)\}$ sono dei processi che variano lentamente con il tempo, e ω_{eq} è la frequenza media del processo risposta.

Il processo risposta $X(\tau)$ può essere cosi approssimato da un processo Gaussiano. Questo implica che l'ampiezza $A(\tau)$ può essere definita attraverso la distribuzione di Rayleigh. Usando questa distribuzione di probabilità (o in alternativa altre simili già note) si possono conoscere i valori dei coefficienti η_1 e η_2 in funzione della varianza σ_X, come più avanti dettagliatamente descritto.

Determinati questi ultimi, l'equazione del moto risulta:

$$\ddot{X}_j(\tau)+2\alpha\dot{X}_j(\tau)+\nu(1+\alpha^2)X_j(\tau)+\eta_1 X(\tau)+\eta_2\dot{X}(\tau)=W(\tau); \quad [4.19]$$

L'accuratezza di questa procedura (*Lutes* & *Sarkani*, 2000) dipende dall'adeguatezza delle due approssimazioni che sono alla base del metodo, e cioè che il processo risposta $X(\tau)$ sia un processo a banda stretta, e che la forma della funzione densità di probabilità sia ben approssimata dalla distribuzione di Rayleigh, assunta per l'ampiezza $A(\tau)$ del processo risposta.

Se il sistema ha un comportamento debolmente non-lineare l'assunzione che il processo risposta sia a banda stretta è ancora corretta. Inoltre, se la forzante è anche Gaussiana l'ampiezza della risposta è giustificatamente caratterizzabile con una funzione densità di probabilità di Rayleigh. Nei casi in cui, invece, il sistema esibisce un comportamento fortemente non-lineare, tali assunzioni risultano inappropriate ed il metodo conseguentemente fallisce.

I coefficienti η_1 e η_2 sono calcolati imponendo che la frequenza media ω_{eq} e la varianza del processo risposta σ_X, in accordo alla [4.19], abbiano i seguenti valori:

$$\omega_{eq}=\sqrt{\nu(1+\alpha^2)+\eta_1}; \quad [4.20]$$

$$\sigma_X^2=\frac{2\pi\alpha(1+\alpha^2)}{(2\alpha^2+\eta_2)\left[\nu(1+\alpha^2)+\eta_1\right]}; \quad [4.21]$$

Avendo assunto in [4.14] e [4.19] come input un processo bianco i termini η_1 e η_2 sono dati dalle seguenti espressioni:

$$\eta_1 = \frac{2}{\sigma_X^2}\left(\int_0^{X_y} (1-\nu)(1+\alpha^2)u^2 \frac{u}{\sigma_X^2}\exp\left[-\frac{u^2}{2\sigma_X^2}\right]du \right.$$
$$+\int_{X_y}^{\infty} \frac{(1-\nu)(1+\alpha^2)u}{\pi}\cos^{-1}\left[\frac{u-2X_y}{u}\right] - \frac{2(1-\nu)(1+\alpha^2)}{\pi} \qquad [4.22]$$
$$\left.\times\left(\frac{u-2X_y}{u}\right)\sqrt{X_y(u-2X_y)}\,\frac{u}{\sigma_X^2}\exp\left[-\frac{u^2}{2\sigma_X^2}\right]du\right);$$

$$\eta_2 = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\frac{(1-\nu)(1+\alpha^2)X_y}{\omega_{eq}\sigma_X}\left(1-\Psi\left(\frac{X_y}{\sigma_X}\right)\right); \qquad [4.23]$$

Nella [4.23] $\Psi(\bullet)$ indica la funzione distribuzione cumulativa per una variabile Gaussiana, ed u la variabile di integrazione.

In particolare, ai fini dell'applicazione di tale procedura alla MPA, si sottolinea che le quantità $\omega_{eq}, \sigma_X, \nu, \alpha$ devono essere particolarizzate per l'*n-esimo* oscillatore $\left(\omega_{n,eq}, \sigma_{n,X}, \nu_n, \alpha_n\right)$; nelle espressioni in cui esse compaiono si è omesso il pedice n per semplicità di scrittura.

Una volta determinate le quantità η_1 e η_2, si calcolano i valori della frequenza e dello smorzamento equivalente, che differiranno dal valore iniziale lineare corrispondente tanto più alto sarà il livello di non-linearità. Note le caratteristiche degli oscillatori lineari equivalenti è sufficiente impiegare le [4.7] o le [4.8] per il calcolo dei coefficienti di correlazione per sistemi lineari.

4.5 Coefficienti di correlazione isteretici derivati per input bianco

In questo paragrafo, vengono presentati i risultati di un ampia indagine parametrica per valutazione dei coefficienti di correlazione isteretici, ottenuti dalla simulazione Monte Carlo e dalla tecnica di linearizzazione equivalente prima descritta.

Le analisi sono state effettuate integrando le [4.5], al fine di valutare le correlazioni tra i due oscillatori isteretici tramite la [4.6], e hanno impiegato una popolazione di 1.200.000 campioni che, sfruttando la proprietà di ergodicità, è stata ridotta a 200 campioni di input, con una durata della fase successiva all'esaurimento del transitorio di $\bar{\tau}_{sn} = 300$, ed un intervallo di integrazione pari a $\Delta\tau = 0.005$.

Di seguito sono stati identificati i parametri adimensionali da cui dipendono i coefficienti di correlazione nel caso non-lineare. In particolare, questi ultimi, nel caso di un sistema isteretico soggetto ad input bianco, sono rappresentati da: il rapporto tra le frequenze dei due oscillatori β_{jk}; e per ciascuno di essi $(n = j,k)$: il rapporto di smorzamento α_n, dal fattore di struttura q_n e dal rapporto di incrudimento del legame forza-deformazione ν_n.

Il valore dei coefficienti isteretici ρ_{jk} degenera nel valore fornito dalla [4.7], valida per comportamento lineare, in due casi specifici. Il primo caso è rappresentato dalla condizione per la quale il fattore di struttura dei due oscillatori tende a zero $(q_n \to 0 \; n = j,k)$, corrispondente al caso di comportamento elastico di un oscillatore con rigidezza iniziale K_0 coincidente con quella del I ramo del legame forza-spostamento. Il secondo caso si verifica quando il valore del fattore di struttura

tende ad infinito $(q_n \to \infty)$, corrispondente al caso di comportamento elastico di un oscillatore con rigidezza iniziale νK_0, pari alla pendenza del II ramo del legame forza-deformazione. In accordo a quanto detto, i coefficienti di correlazione determinati per il caso lineare possono essere visti come un caso particolare dei coefficienti di correlazione esatti espressi dalla [4.6], essendo indipendenti dalla soglia elastica del sistema.

Si può evidenziare, anche, il campo del rapporto tra le frequenze β_{jk} nel quale i coefficienti di correlazione ρ_{jk} per sistemi isteretici differiscono sensibilmente dai corrispondenti per sistemi lineari, espressi dalle [4.7]-[4.8]. In figura 4.2 è rappresentato l'andamento di ρ_{jk} al variare di β_{jk}, nell' ipotesi che i due oscillatori abbiano rispettivamente valori uguali del rapporto di incrudimento $\nu_j = \nu_k = \nu = 0.30$ e rapporto di smorzamento $\zeta_j = \zeta_k = \zeta = 0.05$, e diversi livelli della non-linearità q_n.

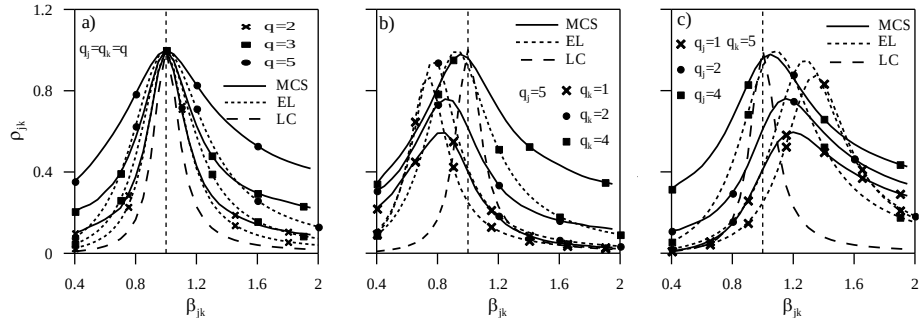


Fig.4.2 *Coefficienti di correlazione isteretici a)* $q_j = q_k = q$ *, b)* $q_j = 5, q_k = 1,2,4$ *, c)* $q_k = 5, q_j = 1,2,4$

Si confrontano curve ottenute con la simulazione montecarlo (MCS) quelle ricavate con la tecnica di linearizzazione equivalente (EL) e

quelle corrispondenti al comportamento lineare (LC) descritto dalla [4.7].

È facile dimostrare che nel caso in cui i due oscillatori abbiano uguale livello di non-linearità (Fig 4.2 a), il valore assunto dai coefficienti di correlazione per β_{jk} e per $1/\beta_{jk}$ è il medesimo. Questa proprietà si perde nel caso in cui gli oscillatori modali abbiano diversi livelli di non-linearità, come solitamente accade per i "modi" di vibrare delle strutture reali piane. Nelle strutture spaziali irregolari in pianta, invece, è sovente il caso di oscillatori modali con frequenze e livello di non linearità (valori del fattore di struttura) simili fra loro.

È rilevante fare notare , inoltre, che per valori di β_{jk} lontani da 1, i coefficienti di correlazione isteretici assumono valori rilevanti, proporzionalmente al crescere del livello di non-linearità dei due oscillatori. Contrariamente al caso lineare, il campo di applicabilità della CQC, in luogo della SRSS, nel caso di sistemi a comportamento isteretico si estende, interessando anche frequenze distanti tra di loro. In tali casi, pertanto, il trascurare gli effetti del comportamento non lineare risulta del tutto inadeguato per la stima della correlazione nella risposta di sistemi isteretici.

Per livelli modesti della non-linearità $(q_n \leq 2)$ le curve ottenute con la MCS e attraverso la EL, sono molto vicine. All'aumentare della non-linearità i valori assunti dai coefficienti valutati con le due procedure (MCS e EL) si differenziano, anche se l'andamento si mantiene simile. Si osserva che all'aumentare del livello di non-linearità la forbice di valori β_{jk}, in cui i coefficienti di correlazione linearizzati approssimano accuratamente i valori esatti della simulazione, si riduce. Le discordanze tra i valori dei coefficienti di

correlazione isteretici forniti dalla MCS e dalla EL sono attribuibili alle ipotesi alla base della tecnica di linearizzazione adottata.

Nelle figure 4.2 b) e c) sono rappresentate le curve dei coefficienti di correlazione con livelli di non-linearità diversi per i due oscillatori $\left(q_j \neq q_k\right)$. In accordo a quanto accennato prima, la correlazione in corrispondenza di β_{jk} e di $1/\beta_{jk}$ è diversa.

Contrariamente al caso lineare, o al caso in cui il livello di non-linearità degli oscillatori è uguale, il picco di ρ_{jk} si verifica in corrispondenza di $\beta_{jk} \neq 1$ ed è inferiore all'unità. In particolare, poiché per un oscillatore isteretico all'aumentare del livello di non-linearità la frequenza dominante diminuisce, il rapporto β_{jk} in cui ρ_{jk} è massimo si sposta verso destra dell'unità se il fattore di struttura dell'oscillatore più rigido è maggiore $q_k > q_j$, (Fig. 4.2c), o verso sinistra nel caso in cui $q_j > q_k$ (Fig. 4.2b).

È evidente, inoltre, che per diversi livelli di non-linearità i due oscillatori non sono perfettamente correlati $\left(\rho_{jk} \leq 1\right)$, evidenziabile maggiormente all'aumentare della differenza del livello di non-linearità fra essi.

Nei casi di figure 4.2 b) e c) l'impiego dei coefficienti di correlazione isteretici porge risultati maggiori rispetto al caso lineare per una forbice di valori di $0.4 \leq \beta_{jk} \leq 0.8$ e $1.2 \leq \beta_{jk} \leq 2$, anche nel caso di modesti livelli di non-linearità.

Invece, per valori di β_{jk} vicini a 1 e $q_n < 4$ il valore dei coefficienti di correlazioni lineari è superiore a quello dei coefficienti isteretici.

Nelle applicazioni della MPA, rivolte alla valutazione della risposta sismica di sistemi intelaiati piani, soventemente il valore del fattore di struttura dei due oscillatori assume valori più modesti, dipendendo sia dall'intensità della forzante sismica che dalla percentuale di massa partecipante di ciascun modo. Questi casi sono mostrati in figura 4.3, ove è possibile notare che la correlazione tra i due oscillatori non è cosi rilevante come per i casi rappresentati precedentemente, rimanendo tuttavia maggiore rispetto al caso lineare. La correlazione è ancora più evidente se è maggiore il fattore di struttura dell'oscillatore più rigido (Fig. 4.3b).

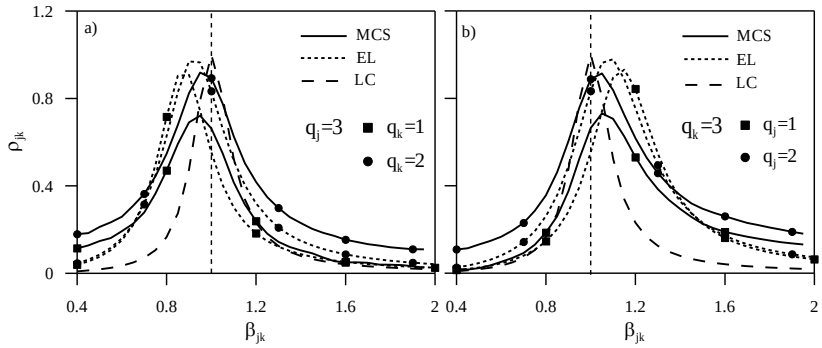


Fig.4.3 *Coefficienti di correlazione di oscillatori istereticì: a)* $q_j = 3,\ q_k = 1{,}2$ *b)* $q_k = 3, q_j = 1{,}2$

Nelle figure 4.4 e 4.5 è rappresentato l'andamento delle curve dei coefficienti di correlazione al variare di β_{jk} per diversi valori del rapporto di incrudimento del legame forza spostamento degli oscillatori. In particolare, sono stati considerati tre casi corrispondenti rispettivamente ai valori $\nu_j = \nu_k = 0.10, 0.30, 0.50$. Il rapporto di smorzamento è stato assunto uguale per entrambi gli oscillatori,

$\zeta_j = \zeta_k = 0.05$, e livelli di non-linearità differente, $q_j = 3$, $q_k = 2$ (Fig. 4.4) e $q_j = 2$, $q_k = 3$ (Fig. 4.5). Per entrambe le coppie del fattore di struttura dei due oscillatori all'aumentare del rapporto di incrudimento ν, i valori assunti dai ρ_{ik} proposti differiscono sempre meno dal corrispondente valore dei ρ_{ik} lineari, poiché all'aumentare di ν il sistema tende al comportamento lineare.

I valori assunti nelle code della curva di ρ_{jk} (valori di β_{jk} compresi tra $0.4 \div 0.8$ e $1.4 \div 2$) continuano ad essere maggiore rispetto al caso lineare, soprattutto per valori di ν modesti $(0.1 \div 0.3)$.

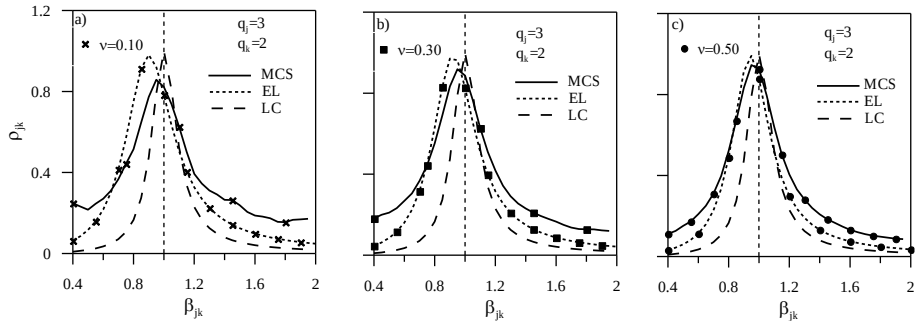


Fig.4.4 *Coefficienti di correlazione di oscillatori isteretici al variare di* ν $q_j = 3$, $q_k = 2$

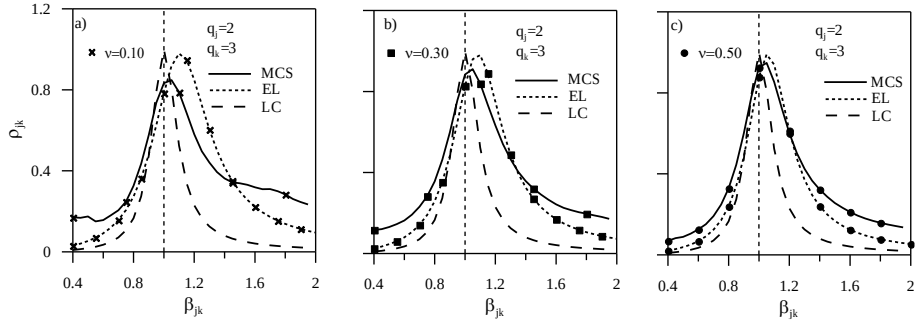


Fig.4.5 *Coefficienti di correlazione di oscillatori isteretici al variare di* ν $q_j = 2$, $q_k = 3$

L'influenza del rapporto di smorzamento sui coefficienti di correlazione isteretici per fissato rapporto di incrudimento $\nu_j = \nu_k = 0.30$ e fattore di struttura per i due oscillatori pari a $q_j = 2$ e $q_k = 3$, è rappresentata dalle curve in figura 4.6, dove sono stati considerati tre diversi valori di ζ $\left(\zeta_j = \zeta_k = 0.02,\ 0.05,\ 0.10\right)$.

Aumentando il livello di non-linearità del sistema, il rapporto di smorzamento equivalente ζ_{eq} cresce significativamente rispetto al valore iniziale elastico, coerentemente all'ampiezza del ciclo isteretico e quindi alla dissipazione del sistema.

Al crescere del rapporto di smorzamento la curva dei ρ_{jk} si allarga, aumentando conseguentemente il campo di β_{jk} in cui la correlazione è rilevante.

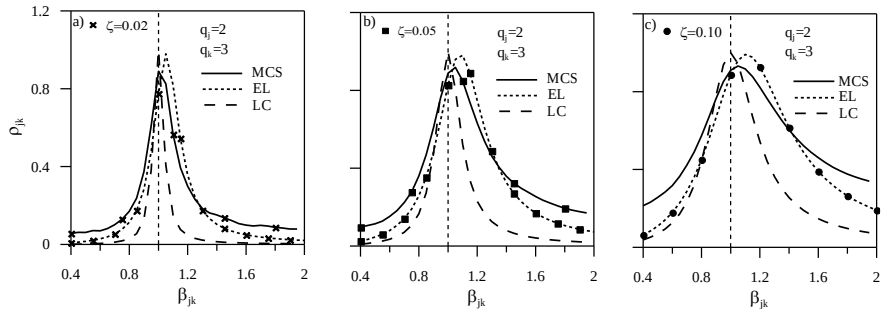


Fig.4.6 *Coefficienti di correlazione di oscillatori isteretici al variare di* ζ $q_j = 2, q_k = 3$

Questo comportamento è osservabile in modo più evidente nell'intervallo $0.75 \le \beta_{jk} \le 1.5$, in corrispondenza del quale i coefficienti di correlazione isteretici assumono valori, sia con la MCS che con la EL, notevolmente maggiore rispetto al caso lineare, e più significativamente per valori elevati del rapporto di smorzamento.

Infine, si evidenzia la dipendenza dei coefficienti di correlazione al variare del livello di non-linearità degli oscillatori "modali" (Fig.4.7), per tre diversi valori del rapporto $\beta_{jk}\left(1.2, 1.5, 2\right)$ per fissato rapporto di incrudimento $\left(\nu_j = \nu_k = 0.30\right)$ e di smorzamento $\left(\zeta_j = \zeta_k = 0.05\right)$.

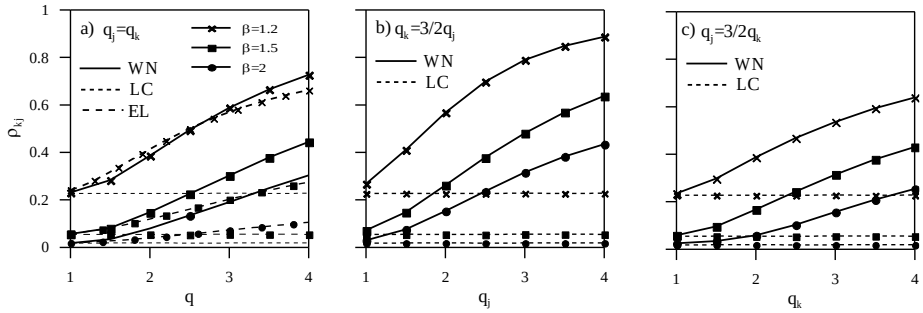


Fig.4.7 *Coefficienti di correlazione di oscillatori isteretici al variare del livello di non-linearità*

L'andamento osservato delle curve valutate sia con la procedura MCS che con la EL è perfettamente analogo; tuttavia le curve si allontanano tra di loro per valori di $q > 1.5$ con $\beta \geq 2$ e per valori di $q > 2$ con $\beta = 1.2$. Questo sottolinea, ancora una volta, che la EL impiegata fornisce risultati molto accurati per modesti livelli di non linearità e, nel caso di valori superiori, solo per rapporto tra le frequenze vicino all'unità.

Si nota, inoltre, l'evidente incremento lineare dell'entità dei ρ_{jk} per valori del rapporto di struttura $q > 2$, confermando in tal caso la perdita di accuratezza commessa dall'impiego dei coefficienti lineari, che in questa rappresentazione hanno andamento costante.

Se i valori del fattore di struttura dei due oscillatori sono diversi, in particolare pari a $q_k = 3/2\, q_j$ (Fig. 4.7b) e $q_k = 2/3 q_j$ (Fig. 4.7c) si

nota come al crescere del rapporto β_{jk} la dipendenza da q è meno evidente, ancor di più nel caso in cui il livello di non-linearità q_k dell' oscillatore più rigido è minore rispetto a quello dell' altro oscillatore.

4.6 Coefficienti di correlazione isteretici considerando un input spettrocompatibile

È noto che il modello dell'eccitazione sismica di rumore bianco si presti a derivare formulazioni analitiche in forma chiusa per la valutazione delle quantità statistiche della risposta (media, varianza, momenti di ordine superiore), e risulti pertanto attraente da un punto di vista matematico. Tuttavia, si può certamente affermare che esso non può realisticamente rappresentare, in modo accurato le fondamentali e peculiari caratteristiche dell'input sismico relative alla distribuzione in frequenza dell'energia. Allo stesso tempo, numerosi studi in letteratura hanno mostrato che, già per sistemi lineari, tali caratteristiche hanno forte influenza sui valori dei coefficienti di correlazione (es. *Cacciola et Al. 2004*). Pertanto, in base alle peculiarità emerse dallo studio del comportamento di oscillatori isteretici bilineari soggetti ad un input bianco, e in particolare al manifestarsi di valori elevati delle correlazioni in campi di valori dei parametri caratteristici del comportamento di strutture spaziali irregolari in pianta, è stato ritenuto necessario approfondire le analisi, indagando sull'influenza sui valori dei coefficienti di correlazione isteretici della distribuzione in frequenza del contenuto energetico per un input colorato.

La procedura è basata sulla valutazione per via diretta dello spettro di potenza compatibile $G_{\ddot{U}_g}$ (Fig. 4.8a) con un assegnato spettro di

risposta (Fig. 4.8b), nell'ipotesi di attraversamenti a grappoli di una barriera bilaterale.

L'espressione fornita per lo spettro di potenza $G_{\ddot{U}_g}$ da *Cacciola et Al.* (2004) è la seguente:

$$G_{\ddot{U}_g}(\omega_i) = \frac{4\zeta}{\omega_i \pi - 4\zeta\omega_{i-1}} \left(\frac{S_a^2(\omega_i,\zeta)}{\eta_{X_i}^2} - \Delta\omega \sum_{j=1}^{i-1} G_{\ddot{U}_g}(\omega_j) \right); \qquad [4.24]$$

dove il fattore di picco η_{Xi} per il processo risposta X_i dell'oscillatore di frequenza ω_i e coefficiente di smorzamento ζ può essere valutato tramite la [4.11] e la [4.12], assumendo l'input come rumore bianco.

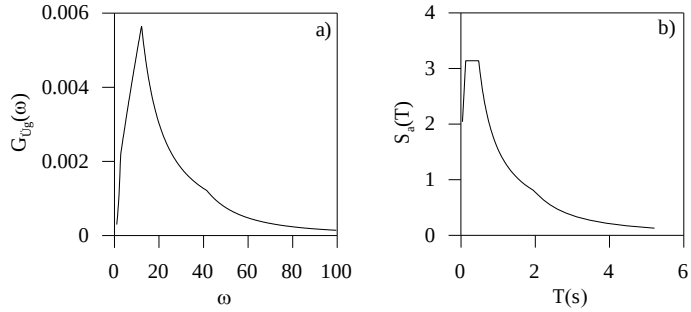


Fig. 4.8 *Rappresentazione dell'azione sismica con spettro di potenza a) funzione densità spettrale di potenza per terreno di tipo B; b) spettro di risposta elastico.*

Nota la densità spettrale di potenza, il generico campione forzante viene generato, come decritto nei capitoli precedenti, in accordo alla ben nota tecnica proposta da *Shinozuka*, 1971:

$$A_g^{(r)}(t) = \sum_{k=1}^{m_C} \sqrt{2G_{\ddot{U}_g}(\omega_k)\Delta\omega}\, \sin(\omega_k t + \theta_k^{(r)}); \qquad [4.25]$$

essendo r l'*r-esimo* campione, θ_k la variabile random uniformemente distribuita nell'intervallo $[0,2\pi]$, ω_k è la frequenza centrale dell'intervallo di frequenza $\Delta\omega$, ed m_c il numero di armoniche tale che $m_c\Delta\omega = \tilde{\omega}$, con $\tilde{\omega}$ frequenza di cut-off.

Gli studi condotti da *Cacciola* et *Al.*, relativamente alla valutazione dei coefficienti di correlazione lineari per input spettrocompatibile, hanno mostrato il campo dei parametri dinamici per il quale l'assunzione dei coefficienti di correlazione valutati per rumore bianco risulta inadeguata. In particolare, è stato rilevato che ogni qual volta la risposta del sistema contiene contributi con frequenze superiori alla massima frequenza in cui l'input ha significativi contenuti energetici, i coefficienti di correlazione di sistemi elastici tendono a crescere significativamente. Sulla base delle differenze evidenziate dai valori assunti dai coefficienti di correlazione elastici nel caso di input bianco e spettrocompatibile, è stato cosi valutato l'andamento dei coefficienti di correlazione isteretici, soggetti ad input spettro-compatibile, confrontandolo con quello che si ottiene per sistemi a comportamento lineare e sistemi isteretici soggetti ad input bianco.

A tale scopo l'equazione del moto [4.1], in cui il termine forzante, $\ddot{U}_g(t)$, è costituita da un generico campione del processo spettrocompatibile $A_g(t)$, viene di seguito riscritta per comodità:

$$\ddot{D}_n + 2\zeta_n\omega_n\dot{D}_n + \frac{\bar{F}_{sn}(D_n,\dot{D}_n)}{L_n} = -A_g(t); \qquad [4.26]$$

La resistenza del generico oscillatore modale $\bar{F}_{sny\,/\,Ln}$ viene legata all'intensità dell'accelerazione sismica attraverso il valore del fattore di struttura q_n, secondo la relazione:

$$q_n = \frac{A_{g,max}\,\bar{S}_e(T_n)}{\omega_n^2\,D_{ny}}; \qquad [4.27]$$

dove con $A_{g,max}$ si è indicato il valore di picco dell'accelerazione al suolo; $\bar{S}_e(T_n)$ l'ordinata dello spettro di risposta elastico per $A_{g,max} = 1$.

Nel caso di input bianco, a seguito di una opportuna definizione della soglia di snervamento, si è dimostrato che i coefficienti di correlazione risultano funzione del solo rapporto β_{jk}, piuttosto che delle singole frequenze ω_j e ω_k. In presenza di input spettrocompatibile il contenuto energetico del processo forzante in corrispondenza della frequenza naturale dell'oscillatore assume un ruolo decisivo nella valutazione del processo risposta. I coefficienti di correlazione, quindi, in tal caso, non dipendono solo dal rapporto delle frequenze degli oscillatori, ma dai singoli valori delle frequenze. Risulta quindi:

$$\rho_{jk} = \rho_{jk}\left(\beta_{jk}, \omega_j, \zeta_j, \zeta_k, \nu_j, \nu_k, q_j, q_k\right); \qquad [4.28]$$

Analogamente a quanto fatto per input bianco, anche in questo caso si può applicare la tecnica di linearizzazione equivalente (*Roberts* & *Spanos*, 1999). La linearizzazione dell'equazione del moto consente di ottenere un processo risposta Gaussiano, giustificando l'impiego delle

regole di combinazione modale per il calcolo della domanda sismica nella MPA. Ne segue che la [4.1] assume la forma:

$$\ddot{D}_n + 2\zeta_{n,eq}\omega_{n,eq}\dot{D}_n + \omega_{n,eq}^2 D_n = -A_g(t); \qquad [4.29]$$

dove il rapporto di smorzamento $\zeta_{n,eq}$ e la frequenza di pulsazione naturale $\omega_{n,eq}$ equivalenti sono determinati in base ad una procedura di bilancio armonico, attraverso la risoluzione del seguente set di equazioni:

$$\sigma_{D_n}^2 = \int_0^\infty \frac{1}{(\omega^2 - \omega_{n,eq}^2)^2 + 4\zeta_{n,eq}^2\omega_{n,eq}^2\omega^2} G_{\ddot{U}_g}(\omega)d\omega; \qquad [4.30]$$

$$\omega_{n,eq} = \sqrt{\left\{\nu_n\omega_n^2 + (1-\nu_n)\omega_n^2\left[1 - \frac{8}{\pi}\int_1^\infty \left(\frac{1}{z^3} + \frac{D_{ny}^2}{2\sigma_{D_n}^2 z}\right)\sqrt{z-1}\, e^{\left(-\frac{D_{ny}^2 z^2}{2\sigma_{D_n}^2}\right)} dz\right]\right\}}; \qquad [4.31]$$

$$\zeta_{n,eq} = \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}}(1-\nu_n)\omega_n^2 \frac{D_{ny}}{\omega_{n,eq}\sigma_{D_n}}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{D_{ny}/\sigma_{Dn}} e^{-z^2/2} dz\right)\right] \Big/ 2\omega_{n,eq}; \qquad [4.32]$$

Nelle quali $G_{\ddot{U}_g}(\omega)$ è la densità spettrale di potenza spettrocompatibile dell'azione sismica.

Dopo aver determinato il rapporto di smorzamento e la pulsazione naturale equivalenti per gli oscillatori modali linearizzati, il valore dei coefficienti di correlazione si può determinare attraverso la procedura proposta da *Cacciola et Al.* (2004), relativa al caso di sistema a

comportamento lineare soggetto ad accelerazione alla base spettrocompatibile.

Pertanto, nota la PSD dell'input, si calcolano i momenti spettrali $\lambda_{n,X_j} = \int_0^\infty \omega^n G_{X_j}(\omega) d\omega$ della risposta X_j del generico oscillatore linearizzato (con $G_{X_j}(\omega)$ densità spettrale di potenza di X_j) attraverso la procedura proposta da *Pfaffinger*, 1983.

I coefficienti di correlazione di un processo stazionario sono, quindi, valutati tenendo in conto della relazione con i momenti spettrali, come proposto da *Di Paola* & *Muscolino* (1987):

$$\rho_{jk} = \frac{1}{k_{jk}} \left(\gamma_{jk} \omega_k^2 \sqrt{\frac{\lambda_{0,d_k}}{\lambda_{0,d_j}}} + \gamma_{kj} \omega_j^2 \sqrt{\frac{\lambda_{0,d_j}}{\lambda_{0,d_k}}} + \varepsilon_{jk} \frac{\lambda_{2,d_k}}{\sqrt{\lambda_{0,d_j} \lambda_{0,d_k}}} + \varepsilon_{kj} \frac{\lambda_{2,d_j}}{\sqrt{\lambda_{0,d_k} \lambda_{0,dj}}} \right); \quad [4.33]$$

dove si è posto:

$$\begin{aligned} \gamma_{jk} &= 4\zeta_k \omega_k \left(\zeta_j \omega_j + \zeta_k \omega_k \right) - \varepsilon_{jk}; \\ \varepsilon_{jk} &= \omega_k^2 - \omega_j^2; \\ k_{jk} &= \gamma_{jk} \omega_j^2 + \gamma_{kj} \omega_k^2; \end{aligned} \quad [4.34]$$

Analogamente al caso di input bianco, verrà ora mostrata l'influenza delle proprietà isteretiche degli oscillatori e delle caratteristiche dell'input sui valori dei coefficienti di correlazione.

I risultati di seguito riportati, ove non diversamente specificato, sono ottenuti considerando campioni dell'accelerazione sismica compatibili con lo spettro di risposta elastico previsto dalla *NTC 2008* per terreno di tipo B e $T_C = 0.5\,s$. Tale valore corrisponde al periodo di massimo contenuto energetico dell'input. Le curve dei coefficienti

di correlazione della risposta degli oscillatori isteretici, calcolate tramite la simulazione Monte Carlo, identificate dall'acronimo SPC, sono confrontate con quelle ottenute modellando l'input come rumore bianco, indicate con l'acronimo WN. In figura 4.9 sono rappresentati i coefficienti di correlazione isteretici, a fissato periodo del *j-esimo* oscillatore modale $\left(T_j = 0.5T_C, T_C, 1.5T_C\right)$ al variare di quello del *k-esimo* in funzione del valore di β_{jk}. Sono stati considerati due valori del fattore di struttura, uguali per entrambi gli oscillatori $\left(q_j = q_k = 2, 4\right)$.

Nel caso di input colorato la correlazione di sistemi isteretici per $\beta_{jk} \geq 1.5$ e comportamento rigido è particolarmente significativa, anche rispetto al caso di sistema isteretico soggetto ad input bianco (Fig. 4.9a).

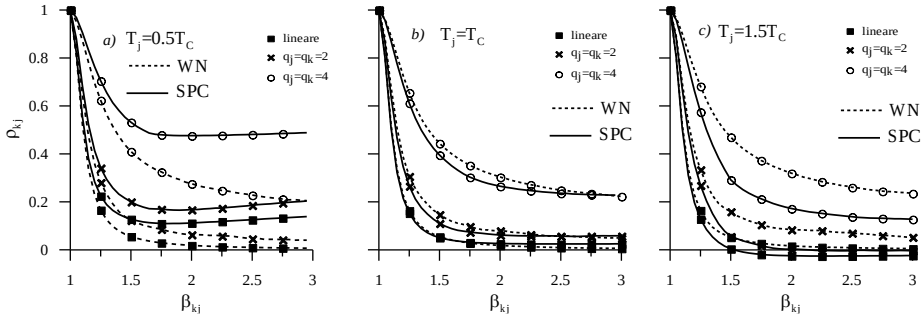


Fig.4.9 *Coefficienti di correlazione di oscillatori isteretici al variare di* β_{jk} *;* $\nu_j = \nu_k = 0.30$ *;* $\zeta_j = \zeta_k = 0.05$

Nei casi in cui un oscillatore ha un periodo prossimo a quello di massimo contenuto energetico dell'input $(T_j = T_C)$, l'approssimazione di input bianco non introduce significative perdite

di accuratezza; mentre i casi (Fig. 4.9a e c) in cui $T_j \le T_C$ (sistemi rigidi) e $T_j \ge T_C$ (sistemi deformabili), il valore di ρ_{jk} è stimato rispettivamente per difetto e per eccesso dalle curve per input bianco. Per strutture con elevato numero di piani o strutture spaziali irregolari in pianta, in cui i modi superiori giocano un ruolo rilevante nella valutazione della risposta, il peso attribuibile al termine misto nella CQC, legato all'entità dei coefficienti di correlazione, è significativo soprattutto per alti livelli del fattore di struttura o per valori del rapporto $\beta_{jk} \le 1.5$, come è osservabile dai risultati della figura 4.9. In figura 4.10 è rappresentato l'andamento in scala semi-logaritmica dei coefficienti isteretici sia nel caso di input bianco che spettrocompatibile. In presenza di input spettrocompatibile tale proprietà si perde anche per $q_i = q_j$, in ragione della dipendenza della.

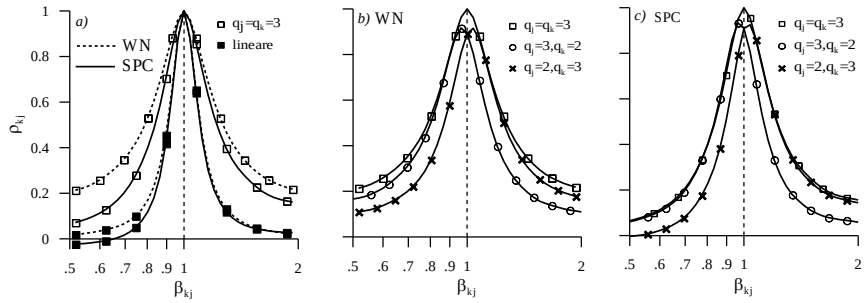


Fig.4.10 *Rappresentazione semi-logaritmica dei coefficienti di correlazione isteretici al variare di* β_{jk} *;* $\nu_j = \nu_k = 0.30$, $\zeta_j = \zeta_k = 0.05$.

risposta dal contenuto energetico in frequenza dell'input in corrispondenza della frequenza propria dell'oscillatore

In figura 4.11, inoltre, è mostrata l'influenza del periodo del I oscillatore sull'entità dei coefficienti di correlazione isteretici. In particolare, si può notare che la modellazione con rumore bianco non

consente di cogliere il brusco incremento dei ρ_{jk} non-lineari al ridursi del periodo di oscillazione. Al contrario l'input spettrocompatibile, in special modo per valori uguali dei fattori di struttura dei due oscillatori, è in grado di evidenziare una forte correlazione sensibilmente più evidente per sistemi rigidi (Fig. 4.11a). Se il livello di non-linearità dell'oscillatore più rigido è maggiore di quello meno rigido $\left(q_k > q_j, \beta > 1\right)$, i coefficienti isteretici sono significativamente più grandi di quelli lineari corrispondenti (Fig. 4.11), in analogia all'input bianco. Le curve relative ad input SPC presentano un punto di minimo per il valore di $T_j = T_C$, $\left(T_C = 0.5s\right)$, maggiormente evidente per $\beta_{jk} = 1.2$, superato il quale il loro andamento è quasi constante. Ciò è attribuibile alla ridotta influenza della variazione del contenuto energetico alle diverse frequenze dell'input per la risposta di sistemi con $T \geq T_C$.

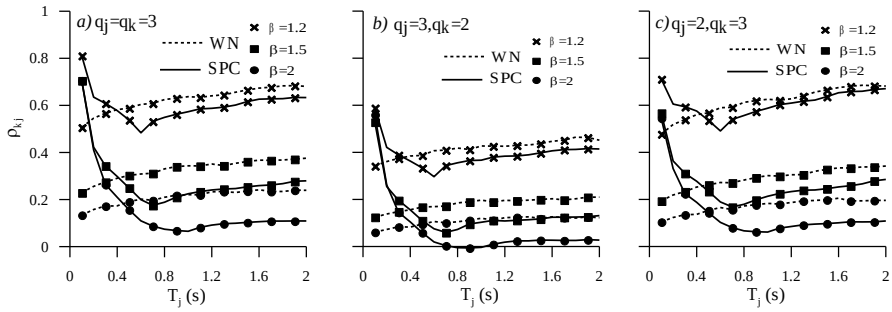


Fig. 4.11 *Coefficienti di correlazione proposti al variare del periodo di un oscillatore:* $\nu_j = \nu_k = 0.30$, $\zeta_j = \zeta_k = 0.05$

Al fine di indagare anche l'influenza che il tipo di suolo esercita sul valore dei ρ_{jk}, in figura 4.12 sono raffigurate le curve dei coefficienti di correlazione isteretici per i diversi terreni A, B e D al variare del

periodo del I oscillatore, a fissato valore del rapporto tra le frequenze e uguale livello di non linearità dei due oscillatori. Il periodo di massimo contenuto energetico T_C è pari a $0.4,0.5$ e 0.8 s rispettivamente per i terreni A, B e D. Le figure 4.12 mostrano esplicitamente che per $\beta_{jk}=1.2$ il valore minimo delle curve dei coefficienti di correlazione si ottiene in corrispondenza di T_C; per valori di β_{jk} più elevati il punto di minimo si sposta verso periodi più grandi. Invece, per valori $T>T_C$ l'influenza del tipo di terreno e del periodo dell'oscillatore diventano modeste.

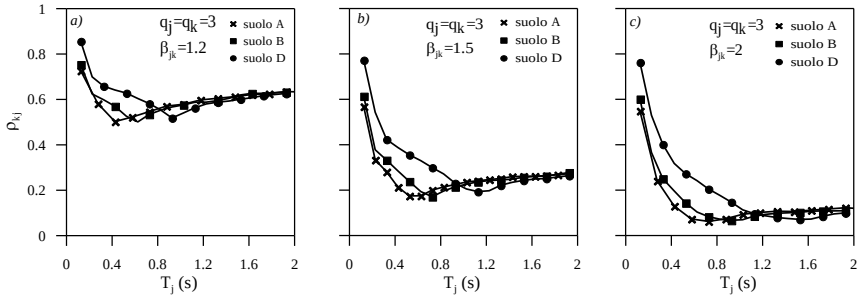


Fig. 4.12 *Coefficienti di correlazione proposti al variare del periodo di un oscillatore*

Nelle figure successive viene rappresentata l'influenza del livello di non-linearità dei due oscillatori modali sull'andamento dei ρ_{jk}, sia per input bianco che spettrocompatibile, a fissato β_{jk} e periodo del I oscillatore. Si nota che l'andamento delle curve relative ai due input è analogo, e crescente all'aumentare del fattore di struttura, qui assunto uguale per i due oscillatori (Fig. 4.13). Per sistemi rigidi, come già rilevato, i valori di ρ_{jk} nel caso di input SPC sono superiori a quelli per WN, a parità di livello di non linearità; mentre per sistemi deformabili si verifica la circostanza opposta. Questo

comportamento era già stato evidenziato in *Cacciola* et *Al.* per il caso lineare. Inoltre, l'incremento dei coefficienti di correlazione isteretici è pressoché lineare al crescere di q per tutti i casi esaminati.

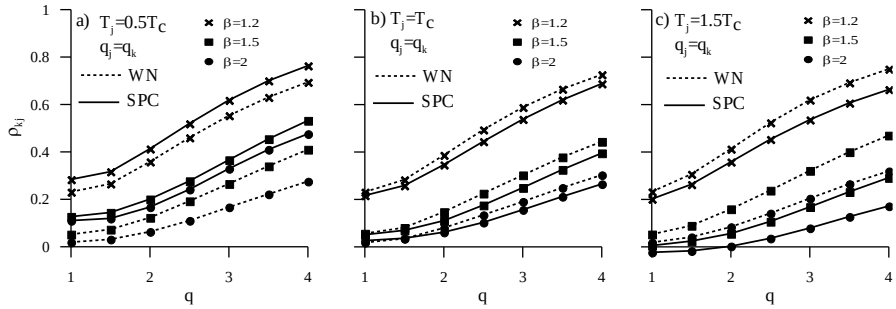


Fig.4.13 *Influenza del fattore di struttura sui coefficienti di correlazione proposti:* $\nu_j = \nu_k = 0.30$, $\zeta_j = \zeta_k = 0.05$

Confrontando le figure 4.14 e 4.15, in cui i due oscillatori presentano valore del fattore di struttura diverso fra loro, si evidenzia che nel caso in cui l'oscillatore più rigido abbia fattore di struttura maggiore dell'altro oscillatore, la variazione dei coefficienti isteretici all'aumentare del livello di non-linearità è maggiormente significativa che non nel caso opposto, tanto per input WN che SPC.

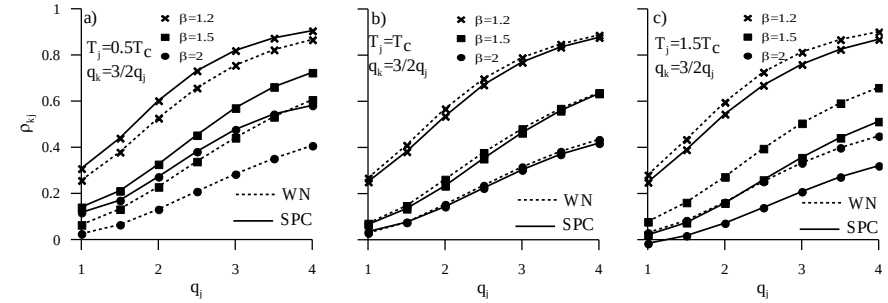


Fig.4.14 *Influenza del fattore di struttura sui coefficienti di correlazione proposti:* $\nu_j = \nu_k = 0.30$, $\zeta_j = \zeta_k = 0.05$

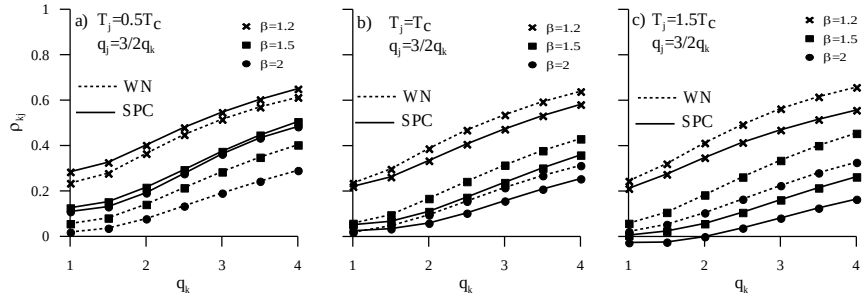


Fig.4.15 *Influenza del fattore di struttura sui coefficienti di correlazione isteretici:* $\nu_j = \nu_k = 0.30$, $\zeta_j = \zeta_k = 0.05$

Infine, per verificare l'efficacia della tecnica di linearizzazione equivalente, nella riproduzione dell'andamento dei coefficienti di correlazione non-lineari, in figura 4.16, sono confrontate le curve ottenute con la MCS e quelle ottenute tramite la EL, al variare del rapporto tra le due frequenze, per fissato periodo di un oscillatore e fattore di struttura uguale per entrambi gli oscillatori. Analogamente a quanto osservato per input bianco (Fig. 4.2) per strutture rigide la tecnica di linearizzazione adottata riesce a cogliere la soluzione esatta con buona accuratezza per bassi livelli di non-linearità o per valori di β_{jk} prossimi ad uno. Per strutture deformabili $\left(T_j = 1.5T_C\right)$, la EL fornisce valori più vicini alla soluzione esatta per entrambi i livelli del fattore di struttura considerati.

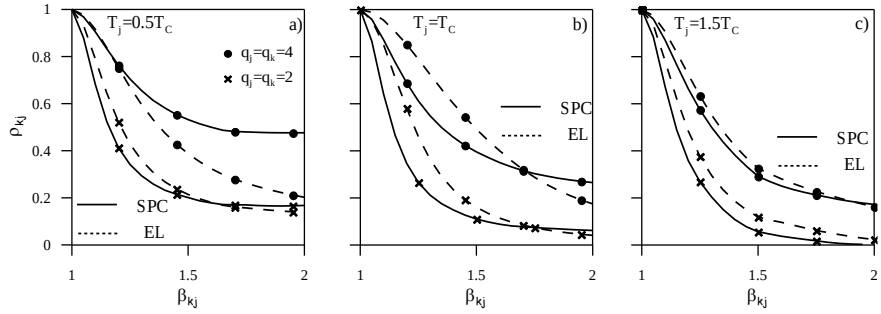


Fig.4.16 *Confronto tra le curve dei coefficienti di correlazione isteretici*

4.7 Discussione sui valori dei coefficienti di correlazione non-lineari

Quanto messo in evidenza nei paragrafi precedenti evidenzia che sia il comportamento isteretico che il contenuto energetico dell'input alle diverse frequenze giocano un ruolo decisivo nell'influenzare la correlazione tra le risposte dei sistemi isteretici, soggetti ad input colorato. Già in ambito lineare era stato fatto rilevare che la modellazione dell'input come processo bianco conduce ad un forte errore per difetto nella stima dei coefficienti di correlazione delle risposte ad azioni sismiche. Per gli oscillatori isteretici, i coefficienti di correlazione esibiscono un ulteriore forte incremento, legato in modo pressoché lineare alla crescita del livello di non-linearità del comportamento del sistema. L'incremento risulta particolarmente significativo per sistemi rigidi, con periodo di vibrare inferiore a quello di massimo contenuto energetico dell'input, per i quali la modellazione di input bianco conduce ad una stima per difetto dei valori dei coefficienti di correlazione non-lineari. Meno pronunciata, ma sempre rilevante, è la crescita dei coefficienti di correlazione per effetto del comportamento isteretico in sistemi deformabili, per i quali la modellazione di input bianco conduce ad una stima abbastanza accurata, anche se in eccesso. Particolarmente rilevante, è stata l'identificazione dei coefficienti di correlazione isteretici superiori al valore di 0.5, anche per β_{jk} maggiori di 1.5 e 2. In corrispondenza di questi rapporti tra le frequenze, i coefficienti di correlazione per sistemi elastici ed input bianco, assumono valori pressoché nulli, risultando totalmente inadeguati. Anche se, in generale, nel caso di input bianco l'effetto della non-linearità si sente

più marcatamente sulla correlazione, quanto visto nei precedenti paragrafi lascia prevedere che l'impiego dei coefficienti di correlazione non-lineari nella combinazione dei massimi modali di sistemi isteretici possa condurre ad un significativo incremento di accuratezza della MPA soprattutto per quanto riguarda le strutture tridimensionali irregolari, sia planimetricamente che in altezza. Tuttavia, al fine di enucleare l'ipotetico incremento di accuratezza che dovrebbe derivare dall'impiego di tali coefficienti di correlazione nelle regola di combinazione CQC da altre fonti di approssimazione, nel successivo paragrafo viene condotta un analisi numerica, confrontando i valori massimi della risposta

4.8 Efficienza dei coefficienti di correlazione non-lineari nella combinazione delle risposte "modali"

In questo paragrafo, con l'obiettivo di enucleare l'errore connesso nel valutar il massimo della risposta attraverso l'impiego delle regole di combinazione modale per sistemi non-lineari e per sistemi linearizzati, si confrontano i valori massimi della risposta ottenuti con la UMRHA (Chopra 2002) e con l'impiego della regola di combinazione CQC.

L'UMRHA consiste in una estensione arbitraria al campo non lineare di un'analisi modale, in cui le caratteristiche non lineari dei singoli oscillatori modali sono ricavate attraverso analisi Pushover. Dopo aver fatto ciò, bisognerà integrare numericamente l'equazione del moto non lineare per ottenere le singole risposta "modali non lineari". In seguito verrà effettuata una sovrapposizione temporale del

contribuito dei singoli modi, tenendo a mente che le forme che verranno sovrapposte saranno quelle dei modi di vibrare della struttura in campo elastico.

Si consideri un semplice sistema a due gradi di libertà, con coefficiente di partecipazione per ogni modo unitario, per il quale il parametro di risposta modale monitorato è ottenuto dalla somma algebrica delle risposte modali.

Indicando con $D_i(t)$ le storie temporali delle risposte modali, con $D_{1,\max}$ e $D_{2,\max}$ i loro rispettivi massimi, i valori massimi della risposta modale ottenuti dalla UMRHA e dall'impiego della CQC risultano:

$$D_{0,UMRHA} = \max_{[0\le t\le T_S]}\left[\sum_{n=1}^{2} D_n(t)\right]; \qquad [4.35]$$

$$D_{0,CQC} = \sqrt{\sum_{n=1}^{2}\left[D_{n,0}\right]^2 + \left(\rho_{1,2}+\rho_{2,1}\right)D_{1,\max}D_{2,\max}}; \qquad [4.36]$$

Nella [4.36] i valori di $D_{1,\max}$ e $D_{2,\max}$ delle risposte dei singoli oscillatori isteretici sono valutati attraverso la simulazione Monte Carlo in modo da non imputare all'impiego della regola di combinazione dei massimi gli errori dovuti alla valutazione degli stessi. I coefficienti di correlazione per gli oscillatori isteretici con riferimento ad input spettrocompatibile, sono valutati sia con la simulazione che con la linearizzazione equivalente prima descritta.

L'efficacia dell' impiego dei coefficienti di correlazione isteretici nella CQC è misurata valutando l'errore percentuale $\varepsilon(\%)$ commesso nella stima del valore massimo rispetto al corrispondente calcolato con la UMRHA. In particolare si ha:

$$\varepsilon(\%) = \left(\frac{D_{0,UMRHA} - D_{0,CQC}}{D_{0,UMRHA}} \right) \times 100; \qquad [4.37]$$

Un valore positivo della [4.37] rivela una stima in difetto fornito dalla regola di combinazione CQC.

In figura 4.17 è rappresentata la dipendenza dell'errore ε dal rapporto β_{jk}, per un valore modesto ed identico nei due oscillatori del parametro di non-linearità $\left(q_k = q_j = 2\right)$, e per diversi valori del periodo ($T_j = 0.5T_C$, $T_j = T_C$, $T_j = 1.5T_C$ con $T_C = 0.5s$). In particolare per $\beta_{jk} = 1$ tutte le procedure prevedono la completa correlazione tra le risposte fornendo un errore nullo. Le curve mostrano che l'errore cresce rapidamente al variare di β_{jk} nell'intorno del valore unitario, raggiungendo valori massimi superiori al 10% per $T_j = 0.5T_C$, ed al 15% per $T_j = 1.5T_C$, qualora vengano impiegati i coefficienti di correlazione per sistemi lineari. I coefficienti isteretici, sia valutati tramite la MCS che attraverso la EL, consentono una forte riduzione dell'errore. Tale andamento è ancora più evidente nelle curve di figura 4.18 dove è stato considerato un livello di non-linearità per i due oscillatori pari al doppio del precedente $\left(q_k = q_j = 4\right)$.

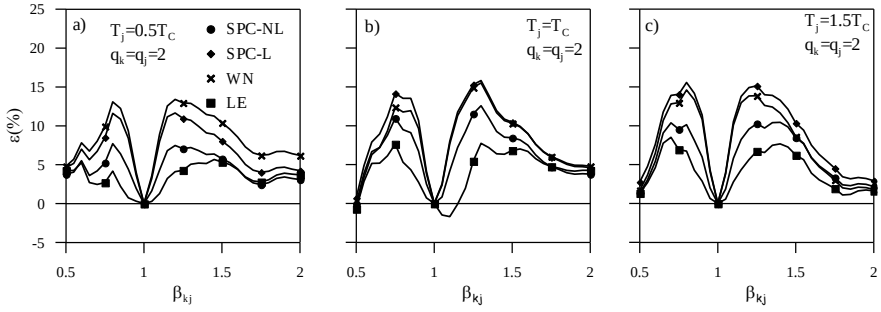


Fig.4.17 *Valutazione dell'errore* ε *al variare di* β_{jk}

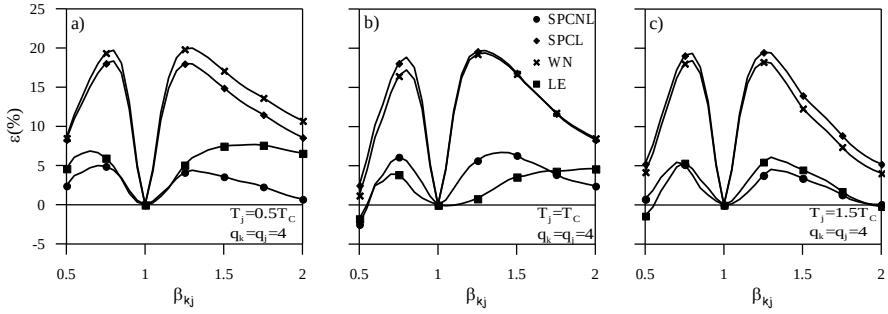


Fig.4.18 *Valutazione dell'errore* ε *al variare di* β_{jk}

In figura 4.19 sono, infine, riportate le medesime curve per oscillatori con livelli di non-linearità diversi tra loro, segnatamente per la coppia $q_j = 3,\ q_k = 2$ e due valori del periodo, $T_j = 0.5T_C$ e $T_j = 1.5T_C$. L'errore commesso impiegando i coefficienti di correlazione derivati per sistemi lineari e/o input bianco è ancora più rilevante, soprattutto per valori di β_{jk} prossimi a 0.75. L'impiego dei coefficienti di correlazioni per sistemi isteretici valutati attraverso la MCS riduce sensibilmente l'errore per tutti i valori di β_{jk}. Riduzioni più modeste si rilevano impiegando i coefficienti di correlazione per sistemi isteretici dedotti attraverso la EL. In questo ultimo caso si evidenziano maggiori differenze tra l'andamento delle curve di errore

ottenute attraverso la tecnica di linearizzazione equivalente e quelle ottenute dalla simulazione.

Le analisi qui condotte lasciano prevedere che sia l'impiego dei coefficienti di correlazione per sistemi isteretici, o quelli per sistemi linearizzati, nella combinazione delle risposte modali tramite la CQC, possa migliorare sensibilmente l'accuratezza della valutazione del valore massimo della risposta fornita nella UMRHA.

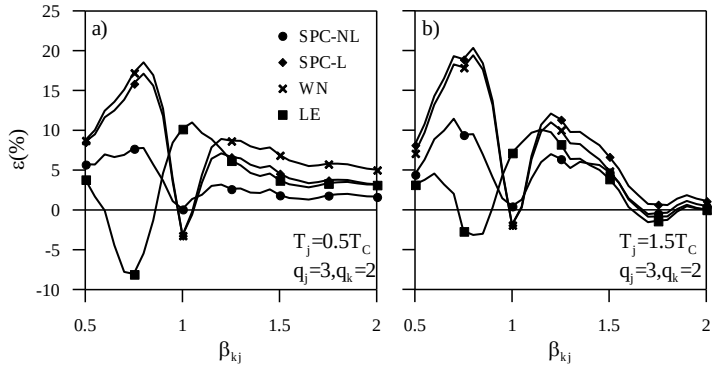


Fig.4.19 *Valutazione dell'errore* ε *al variare di* β_{jk}

4.9 Considerazione conclusive

L'utilizzo delle tecniche di combinazione modale (SRSS, o CQC) per la valutazione del valore massimo della risposta di sistemi isteretici risulta fonte di significative approssimazioni. In particolare, l'impiego dei coefficienti di correlazione valutati per sistemi lineari nella CQC, sia nel caso di input bianco che spettrocompatibile, è fonte di possibili errori nella stima del valore massimo dei parametri di risposta, poiché viene trascurato il modificarsi delle correlazioni a causa del comportamento isteretico degli oscillatori "modali".

Nel corso di questo capitolo, si è mostrato che le limitazioni connesse con quest'ultima approssimazione possono essere sensibilmente ridotte se le equazioni del moto degli oscillatori isteretici vengono preliminarmente rese lineari attraverso la tecnica di stocastic averaging, in modo da legittimare l'applicazione delle tecniche di combinazione. Particolarmente significativo è stato l'aver rilevato una dipendenza pressocchè lineare della correlazione dal parametro che governa il livello di non linearità della risposta degli oscillatori, e il manifestarsi di valori molto elevati per sistemi con frequenze ben separate fra loro, per i quali in campo lineare le correlazioni sono, invece, praticamente nulle. Inoltre, è stata comparata l'efficacia della tecnica di stocastic averaging con gli andamenti della correlazione valutati attraverso le simulazioni numeriche. I risultati ottenuti sono abbastanza soddisfacenti. In particolare, i valori dei coefficienti di correlazione forniti dalla simulazione numerica e dalla stocastic averanging sono molto vicini per sistemi debolmente non-lineari e per una forbice di β_{jk} prossima al valore unitario; per sistemi fortemente non-lineari; differenze apprezzabili sono state rilevate per valori di β_{jk} molto diversi da 1. In tali casi, la tecnica di linearizzazione necessita di ulteriori miglioramenti. Il prossimo passo sarà valutare l'efficacia dei coefficienti di correlazione non lineari, inizialmente per strutture piane irregolari in altezza, nelle quali i valori delle frequenze dei modi di vibrare significativi per la risposta ed i valori del fattore di struttura che caratterizzano il livello di non linearità atteso per la risposta degli oscillatori modali, sono significativamente diversi fra loro; successivamente l'analisi verrà estesa al comportamento di strutture tridimensionali irregolari sia planimetricamente che in altezza, per i quali sono frequenti valori delle frequenze e dei fattori

di struttura dei primi modi prossimi fra loro. Le analisi in quest'ultimo caso verranno condotte con differenti modelli e livelli di intensità dell'input. Nello specifico il benchmark per la valutazione dell'efficacia delle procedure di ASNL che verranno proposte, costituito dai risultati dell'analisi dinamica non lineare al passo, sarà ottenuto con modellazione dell'input sia attraverso tecniche di generazione degli accelerogrammi artificiali che di selezione di quelli naturali.

5 ANALISI NUMERICHE: TELAI BIDIMENSIONALI

5.1 Criteri di verifica dell'accuratezza delle procedure di ASNL attraverso analisi numeriche

In letteratura l'efficacia delle procedure di ASNL viene in genere valutata in relazione alla capacità di riprodurre i risultati ottenibili attraverso analisi dinamiche non lineari al passo, che come evidenziato nei capitoli precedenti, risulta attualmente la tecnica più accurata per prevedere la riposta sismica non lineare di una struttura. In quest'ambito, come si è già fatto rilevare nel capitolo 2, è utile fare più di qualche riflessione.

La prima, in parte già discussa nei capitoli 2 e 3, è legata al modello dell'eccitazione sismica. In particolare nel capitolo 3 è stato messo in evidenza che una singola storia temporale dell'eccitazione simica non è certamente in grado di rappresentare la sismicità di un luogo. In presenza di più storie temporali dell'eccitazione sismica, e corrispondentemente della risposta strutturale, è noto che il valore medio della riposta non è sufficiente, da solo, a definire la domanda con un prefissato livello di affidabilità. Soltanto un valore ottenuto

sommando al valore medio una aliquota proporzionale alle deviazione standard della risposta è in grado di fornirne una valutazione affidabile che tenga conto delle incertezze correlate al carattere aleatorio dell'input. Va però rilevato che la variabilità della riposta al variare dei campioni dell'eccitazione sismica è fortemente influenzata, nel caso di impiego di accelerogrammi naturali, dalla tecnica di selezione dei campioni (Colajanni et al. 2014), nel caso di impiego di accelerogrammi artificiali dalla tecnica di generazione utilizzata.

Tali considerazioni hanno un seppur parziale riflesso in ambito normativo (Eurocodice 8), dove per la valutazione della domanda mediante analisi dinamica non lineare al passo, possono essere impiegate 3 sole registrazioni dell'input, valutando la domanda attraverso i massimi della risposta ottenuta, o in alternativa utilizzati almeno 7 registrazioni, e valutata la domanda dai valori medi dei parametri di risposta ottenuti.

Un secondo aspetto altrettanto rilevante è legato agli scopi per i quali viene impiegata l'ASNL. In particolare, pur tralasciando le problematiche legata all'impiego dell'ASNL per la progettazione di nuovi edifici, nelle quali lo stesso modello di calcolo deve essere definito in relazione al meccanismo di dissipazione che si vuole progettare, diverse sono le procedure di sviluppo dei metodi di analisi, e il tipo e le modalità di lettura di risultati da considerare, se l'obiettivo è eseguire una semplice verifica di sicurezza, oppure più in generale valutare la capacità al collasso della struttura.

In letteratura particolare attenzione viene rivolta alla valutazione della forma della curva di risposta ottenuta mediante l'ASNL; questa in molti articoli viene confrontata con i risultati, in termini di

spostamento massimo del punto di controllo e valore corrispondente (o massimo) del taglio alla base ottenibile attraverso un analisi dinamica incrementale IDA (Incremental Dynamic Analysis). I risultati forniti dall'IDA sono ottenuti con analisi dinamica non lineare al passo, condotte con accelerogrammi scalati con valori di picco dell'accelerazione via via crescente.

In quest'ambito va preliminarmente fatto notare che in letteratura è stato più volte sottolineato le forti perplessità legate alla procedura di "scaling" degli accelerogrammi; inoltre è stato evidenziato come, in relazione alla dispersione dei risultati ottenuti tramite l'IDA in base alla forte variabilità della risposta al variare della storia temporale precedentemente evidenziata, il confronto fra risultati della procedura statica e dinamica appare problematico.

Va infine fatto rilevare che ai fini di una verifica della capacità della struttura con l'ASNL, il parametro di maggiore interesse pratico risulta il valore dello spostamento ultimo della struttura. Per potere legare questo all'intensità del sisma, rappresentata ai fini ingegneristici dal valore di picco dell'accelerazione sismica in congiunzione con la forma dello spettro di riposta, risulta necessario conoscere il valore della rigidezza iniziale convenzionale della polilinea con cui viene approssimata la curva di risposta e, per strutture medio-deformabili, la resistenza da essa individuata. Noti questi ultimi due parametri, ed il valore della massa "partecipante" associata, è possibile valutare lo spostamento richiesto da un sisma di prefissata intensità, se si conduce una verifica di sicurezza, oppure l'accelerazione sismica associata allo spostamento ultimo, se si sta conducendo una valutazione della capacità ultima della struttura. In entrambi i casi, il risultato sarà significativamente influenzato dalla tecnica utilizzata per

stabilire tale corrispondenza (cfr. cap 2 es. *Capacity Spectrum Method*). Per molte di queste, il valore della rigidezza convenzionale è associato alla forma del primo tratto della curva di spinta, che è fortemente condizionato dalla forma del profilo di forze (per valori ridotti del taglio sismico alla base). Va però rilevato che tutte le procedure basate su una singola analisi riproducono, per bassi valori del carico, il comportamento elastico della struttura, e quindi forniscono risultati, per la rigidezza convenzionale equivalente, molto simili fra loro. Diverso è il caso di profili di forze impiegati per costruire stime della domanda attraverso l'inviluppo dei risultati conseguiti con più analisi, come il profilo uniforme, nel quale viene intenzionalmente prevista una maggiore rigidezza del sistema in fase elastica, rispetto a quella reale, per compensare la concentrazione di deformazioni plastiche previste ai piani inferiori.

Per quanto riguarda la seconda parte della curva corrispondente al comportamento non lineare, i parametri che risultano significativi per le verifiche della capacità e della domanda, sono esclusivamente i parametri globali capacità di spostamento ultima e resistenza convenzionale del sistema, mentre la "forma" della curva di spinta risulta del tutto ininfluente. Pertanto, nel prosieguo, verranno confrontati, per le diverse procedure di ASNL, i valori di tali parametri globali e la forma della curva di spinta, e la distribuzione plano-altimetrica della domanda e della capacità.

Con l'obiettivo di evidenziare gli incrementi di accuratezza ottenibili con le modifiche alla MPA descritte al capitolo precedente, in questo capitolo vengono presentati i risultati delle prove numeriche condotte su due telai bidimensionali analizzati anche in Ferracuti *et al.* (2008). Uno di questi è una struttura regolare in altezza, l'altro, invece, è

fortemente irregolare. Nel prosieguo saranno confrontati i principali esiti nel calcolo della domanda sismica e dei valori di spostamento a rottura dei telai sopra menzionati ottenuti attraverso l'utilizzo dei coefficienti di correlazione non lineari per la combinazione delle risposte modali nella MPA e quelli forniti delle più accreditate procedure esistenti in letteratura, con quelli ottenuti da un'analisi dinamica non lineare al passo, per due diverse tipologie di analisi: una prima con livello dell'eccitazione sismica prefissato, di intensità medio forte, in grado di produrre notevoli plasticizzazioni della struttura; - una seconda, condotta incrementando l'intensità del sisma per valutare la capacità della struttura. Pertanto nella prima tipologia di analisi verranno confrontate previsioni della domanda ottenute con l'analisi statica non lineare e analisi dinamica non lineare al passo condotte con riferimento alla stessa intensità sismica. Nella seconda un primo confronto globale individuerà la diversa stima della intensità simica (capacità) a rottura stimata dalle procedure, un secondo, di tipo locale, confronterà la richiesta di spostamento o di deformazione plastica ai diversi piani predetta dalle diverse procedure.

Tale scelta diventa irrinunciabile nell'evidenziare il diverso livello di affidabilità delle procedure di analisi statica non lineare prevedibile nei due diversi casi: nel calcolo della capacità a collasso è infatti prevedibile una perdita di accuratezza dei metodi basati su profili di forze tempo-invarianti, rappresentativi della distribuzione delle forze per meccanismi deformativi simili a quelli che caratterizzano il comportamento elastico della struttura, e una maggiore precisione dei metodi adattivi, che tentano di tenere in conto della variazione della distribuzione delle rigidezza lungo la struttura per effetto delle plasticizzazioni.

5.2 Caratteristiche dell'input e dei modelli

Per quanto concerne gli aspetti legati alla variabilità della riposta in relazione alla modellazione dell'input, qui per brevità, verranno considerati soltanto 10 campioni di accelerogrammi artificiali pseudo-stazionari, generati con la procedura dettagliatamente descritta nel Capitolo 3, che conducono ad ottenere una modesta dispersione della risposta. Pertanto, ci si limiterà ad utilizzare come benchmark i valori medi della risposta ottenuti attraverso l'analisi dinamica non lineare al passo.

L'input di riferimento è tarato attraverso lo spettro di Messina allo SLV per classe di terreno di tipo A (secondo NTC 2008), sia per la generazione di accelerogrammi pseudostazionari che per gli spettri utilizzati nelle analisi pushover. I parametri utilizzati sono a_g=0.247 g, F_0=2.411, T_c^*=0.359, S_s=1, C_c=1, S_t=1. Gli accelerogrammi hanno durata stazionaria di 25 secondi.

Per la valutazione della capacità a rottura delle strutture analizzate, ogni singola storia temporale di accelerazione (utilizzata per il calcolo della domanda sismica) è stata amplificata, finché la struttura non ha raggiunto la condizione di collasso, individuando così sia l'intensità dell'accelerazione sismica, che la distribuzione locale della domanda al raggiungimento della condizione ultima. I valori di accelerazione di picco son così diventati, in ordine, per i dieci accelerogrammi con cui si è caricato il telaio regolare in altezza: 0.358g, 0.427g, 0.350g, 0.459g, 0.380g, 0.333g, 0.442g, 0.452g, 0.459g, 0.419g. Per quanto riguarda invece il telaio irregolare in altezza, sempre in ordine: 0.429g, 0.439g, 0.417g, 0.397g, 0.345g, 0.368g, 0.407g, 0.387g, 0.429g, 0.429g.

Il telaio bidimensionale preso in esame, regolare in altezza, è costituito da 6 piani, e le caratteristiche degli elementi strutturali le dimensioni e le armature sono mostrate in Fig.5.1-5.2-5.3:

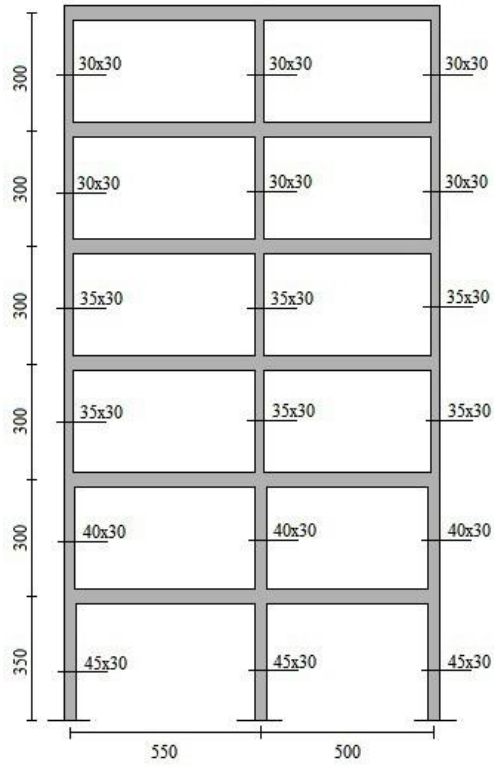


Fig. 5.1. *Caratteristiche geometriche del telaio bidimensionale regolare in altezza*

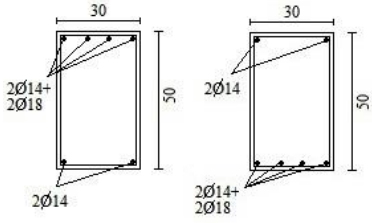


Fig. 5.2. *Caratteristiche geometriche, armatura delle travi*

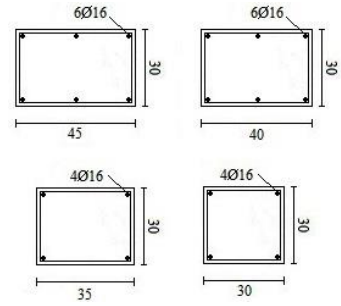


Fig. 5.3. *Caratteristiche geometriche, armatura dei pilastri*

I materiali e i modelli costitutivi utilizzati nel modello strutturale sono: calcestruzzo di classe C20/25, nel quale l'effetto del confinamento viene riprodotto secondo il modello uni-assiale non-lineare descritto in Mander et al. (1988), che assume una pressione di confinamento costante attraverso l'intero campo di sforzi-deformazioni (Fig. 5.4). Per la modellazione del comportamento ciclico sono state impiegate le leggi proposte da Martinez-Rueda and Elnashai (1997).

Per quanto riguarda le armature, realizzate con acciaio S400, è stato assunto un modello bilineare uni-assiale sforzo-deformazione con incrudimento cinematico, senza degrado per il ramo elastico durante le varie fasi di carico e legge di incrudimento cinematico. La superficie di snervamento è assunta come una funzione lineare dell'incremento di deformazione plastica (Fig.5.5).

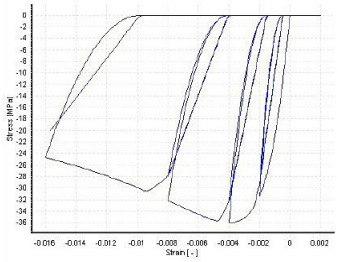


Fig. 5.4. *Modello del calcestruzzo*

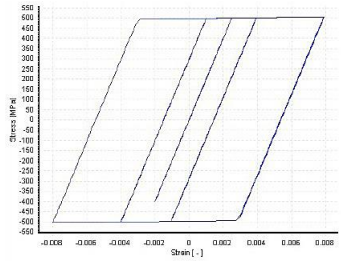


Fig. 5.5. *Modello dell'acciaio*

Per quanto riguarda i carichi, tutte le travi che compongono il telaio sono caricate con un carico distribuito verticale di 20 kN/m.

Anche il telaio bidimensionale irregolare in altezza analizzato, rappreentato in Fig.5.6 presenta 6 elevazioni. Le caratteristiche degli

elementi strutturali e le dimensioni e le armature sono mostrate in – Figg. 5.7-5.8:

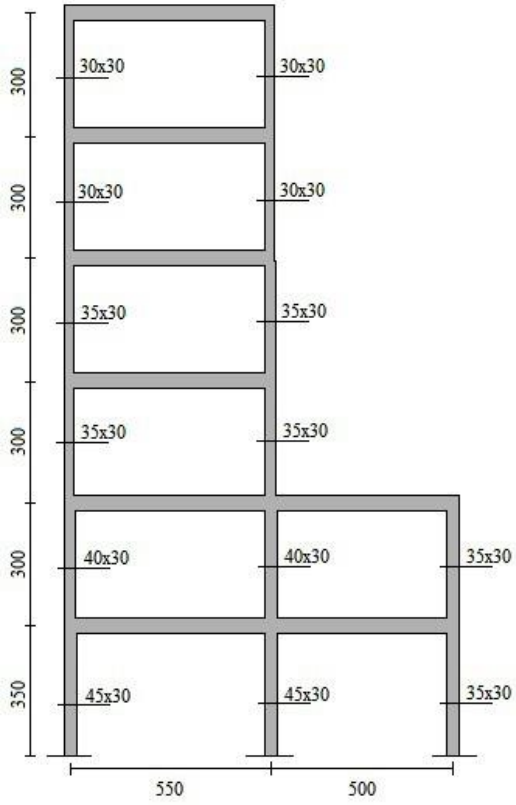


Fig. 5.6. *Caratteristiche geometriche del telaio bidimensionale regolare in altezza*

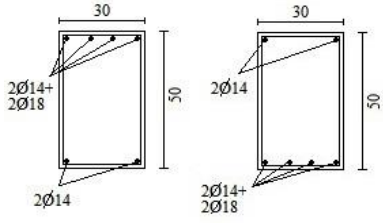


Fig. 5.7. *Caratteristiche geometriche, armatura delle travi*

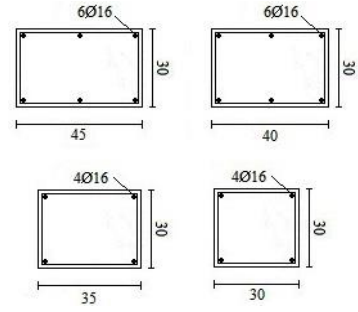


Fig. 5.8. *Caratteristiche geometriche, armatura dei pilastri*

I materiali utilizzati nel modello sono gli stessi adoperati per il telaio regolare in altezza.

Per quanto riguarda i carichi applicati sulla struttura, anche qui, sono state caricate tutte le travi che compongono il telaio con un valore di 20 kN/m.

In questo capitolo, ber brevità, nella valutazione dell'accuratezza dei diversi metodi di analisi statica non lineare, verranno confrontati gli spostamenti di piano e i drift d'interpiano ottenuti attraverso selezionate tecniche di analisi statica non lineare, rimandando la discussione relativa alla dettagliata distribuzione della domanda di deformazioni plastiche al successivo capitolo, dove verrà analizzato il comportamento delle strutture irregolari spaziali.

In particolare nei successivi paragrafi verranno presentati i risultati di una vasta campagna numerica sulle tecniche di analisi statica non lineare applicate ai due telai bidimensionali precedentemente descritti. Le procedure analizzate, seguendo le indicazioni contenute nelle attuali normative nazionali ed internazionali, e gli sviluppi in letteratura decritti nel capitolo 2, sono state: un'analisi pushover con profilo di forze tempo invariante proporzionale al primo modo della struttura per le relative masse di piano (**NTCMOD**), una con profilo di forze tempo-invariante corrispondente ad un'accelerazione costante lungo l'altezza della costruzione (**NTCCOS**) spesso impropriamente definito "profilo uniforme", una con un profilo di forze tempo-invariante corrispondente al profilo dei tagli massimi di piano ricavati da un'analisi modale (**TAGLI**); una con profilo di forze adattivo basato sulla prima forma modale (**ADATMOD**), una analisi condotta secondo la tecnica proposta da Pinho "displacement

adaptive pushover" (**DAP**) basata sulla imposizioni di un profilo di incrementi di spostamenti di interpiano adattivo, ottenuto da un analisi dinamica modale condotta con riferimento alla matrice di rigidezza tangente del sistema, un analisi condotta secondo la Modal Pushover Analysis di Chopra (**MPA**),e infine una basata sulla MPA modificata impiegando nella combinazione dei contributi modali i coefficienti di correlazione non lineari (**MOMPA**).

5.3 Risultati e confronti per il telaio bidimensionale regolare

Con riferimento ai risultati ottenuti per il telaio bidimensionale regolare rappresentato in Figg. 5.1-5.3, preliminarmente per evidenziare alcune proprietà della procedure MPA, in figura 5.9 sono mostrate le curve di capacità ottenute per il telaio regolare con profilo di carico proporzionale alle prime tre forme modali (moltiplicate per le masse di piano). Si nota la chiara differenza di rigidezza in fase elastica evidenziata dalle tre curve, la quale aumenta al crescere della frequenza angolare (e al diminuire del periodo di vibrazione) dell'autovalore associato. Questo perché passando da un modo a quello superiore aumentano i punti d'inversione di segno nella forma modale (nodi). In maniera inversa, si può osservare una maggiore capacità deformativa nella curva ottenuta con profilo proporzionale al primo modo; inoltre l'assenza d'inversione di segno nel profilo di carico evita concentrazioni di sollecitazioni ai piani in prossimità dei nodi.

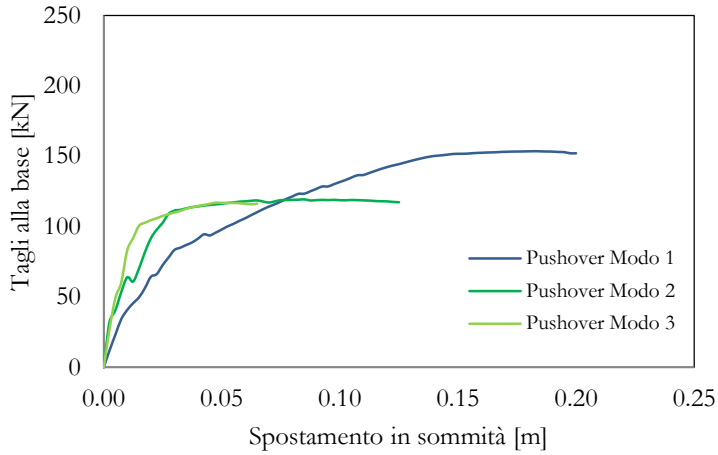


Fig. 5.9. *Curve di capacità, primi tre modi*

Analizzando la figura 5.10, dove sono confrontate le curve di capacità ottenute con le diverse tecniche, si nota un primo tratto, caratterizzato dalla rigidezza in fase elastica, comune a tutte le procedure; la pendenza delle curve cambia, però, dopo lo spostamento di prima fessurazione. Superato questo livello deformativo, le curve corrispondenti alle diverse tecniche continuano, dividendosi in due gruppi, individuando gli estremi di un campo di variazione. Il gruppo che individua il limite superiore delle resistenze è costituito dalle procedure multimodali (TAGLI, DAP,) e da quella basata sul profilo di forze proporzionale ad un'accelerazione costante (NTCCOS), quello che delimita il confine inferiore è composto dalle tecniche basate sul primo modo, invarianti ed adattive (NTCMOD, ADATMOD).

I risultati ottenuti mediante l'analisi dinamica non lineare al passo sono riportati in Tab. 5.1, dove sono mostrati gli spostamenti massimi di piano del telaio per ogni singolo accelerogramma, e in Tab.5.2, dove sono mostrati i valori medi delle risposte massime.

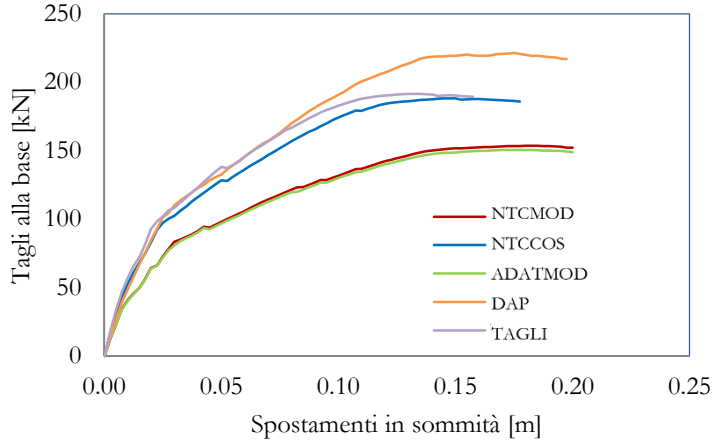


Fig. 5.10. *Curve di capacità a confronto*

PIANI	*Acc_1*	*Acc_2*	*Acc_3*	*Acc_4*	*Acc_5*	*Acc_6*	*Acc_7*	*Acc_8*	*Acc_9*	*Acc_10*
6	0,1214	0,1346	0,1317	0,1078	0,1148	0,1464	0,1242	0,1118	0,1012	0,1270
5	0,1123	0,1254	0,1255	0,1016	0,1085	0,1361	0,1158	0,1082	0,0964	0,1211
4	0,0950	0,1057	0,1085	0,0875	0,0932	0,1109	0,0997	0,0927	0,0868	0,0127
3	0,0728	0,0793	0,0807	0,0690	0,0712	0,0761	0,0766	0,0700	0,0723	0,0868
2	0,0433	0,0489	0,0470	0,0443	0,0447	0,0413	0,0481	0,0426	0,0484	0,0556
1	0,0207	0,0225	0,0190	0,0208	0,0209	0,0162	0,0223	0,0193	0,0236	0,0262

Tab. 5.1. *Domanda di spostamenti per i dieci accelerogrammi [m]*

PIANI	*SPOSTAMENTI OTTENUTI DALLA MEDIA DELLE 10 ANALISI*
6	0,1221
5	0,1151
4	0,0893
3	0,0755
2	0,0464
1	0,0211

Tab. 5.2. *Domanda spostamenti ottenuti dalla media delle 10 analisi time-history [m]*

PIANI	ADNL	MPA	DAP	ADATMOD	NTCMOD	NTCCOS	TAGLI	MOMPA
6	0.1221	0.1651	0.1265	0.1600	0.1627	0.1474	0.1322	0.1698
5	0.1151	0.1529	0.1075	0.1441	0.1526	0.1421	0.1290	0.1567
4	0.0893	0.1275	0.0845	0.1194	0.1274	0.1289	0.1207	0.1312
3	0.0755	0.0870	0.0627	0.0925	0.0865	0.1044	0.1015	0.0997
2	0.0464	0.0466	0.0387	0.0598	0.0457	0.0663	0.0666	0.0566
1	0.0211	0.0181	0.0174	0.0283	0.0174	0.0287	0.0293	0.0183
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Tab. 5.3. *Confronto spostamenti domanda ottenuti con le varie procedure [m]*

PIANI	ADNL	MPA	DAP	ADATMOD	NTCMOD	NTCCOS	TAGLI	MOMPA
6	0.0137	0.0217	0.0190	0.0159	0.0101	0.0054	0.0031	0.0131
5	0.0219	0.0295	0.0230	0.0247	0.0252	0.0132	0.0083	0.0255
4	0.0267	0.0412	0.0218	0.0269	0.0409	0.0244	0.0192	0.0315
3	0.0309	0.0408	0.0240	0.0327	0.0407	0.0381	0.0350	0.0431
2	0.0261	0.0286	0.0213	0.0315	0.0283	0.0376	0.0373	0.0383
1	0.0211	0.0181	0.0174	0.0283	0.0174	0.0287	0.0293	0.0183
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Tab. 5.4. *Confronto drift domanda ottenuti con le varie procedure [m]*

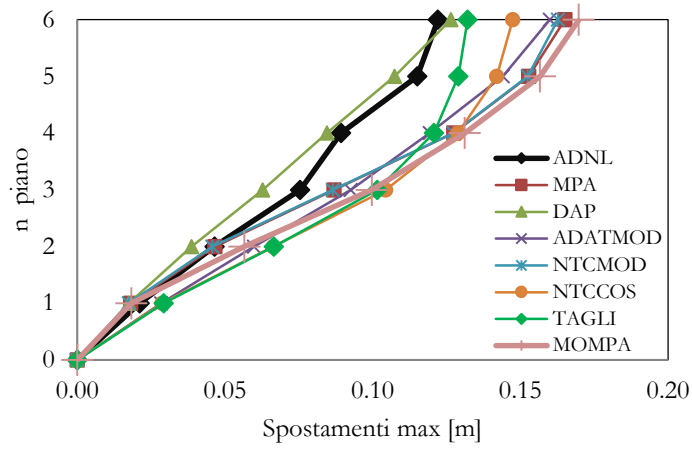


Fig. 5.11. *Domanda: spostamenti*

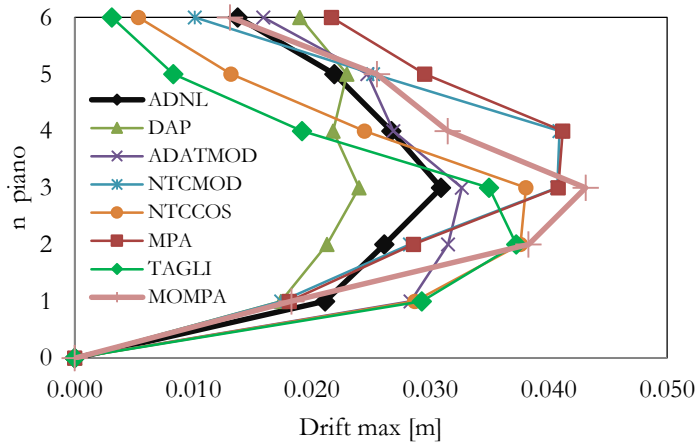


Fig. 5.12. *Domanda: drift*

In Tab. 5.3 e 5.4 vengono riportati, invece, rispettivamente gli spostamenti e i drift d'interpiano di tutte le procedure elencate nel paragrafo precedente comparate con i corrispondenti risultati dell'analisi dinamica non lineare. Questi risultati vengono visualizzati

graficamente nelle figure 5.11 e 5.12, confrontati con i valori medi delle risposte ottenute attraverso l'ADNL.

Attraverso la lettura della fig. 5.11 si può notare che tutte le tecniche sovrastimano lo spostamento in testa ottenuto dall'ADNL e quasi tutte, ad eccezione della DAP, sovrastimano lo spostamento previsto ai piani alti. Le uniche due procedure che riescono a cogliere l'andamento della deformata prevista dall'ADNL sono quelle adattive (ADATMOD e DAP), che come sarà evidenziato dalla successiva Fig 5.12 tendono a sottostimare la domanda ai piani inferiori. L'unica procedura che riesce a non sovrastimare eccessivamente la domanda di spostamenti ai piani alti e nello stesso tempo non sottostimarla in alcun caso è la TAGLI.

Analizzando, invece, l'andamenti dei drift d'interpiano in Fig.5.12, si nota che la procedura che segue più da vicino l'andamento della ADNL è la tecnica adattiva ADATMOD, che però, sottostima leggermente il drift in alcuni livelli. L'altra tecnica adattiva DAP invece sottostima in maniera non conservativa la richiesta di drift ai piani intermedi 2-4. La stima dei drift anticipata dalla tecnica MPA proposta da Chopra è penalizzata da una previsione eccessivamente conservativa dello spostamento target, sovrastimando eccessivamente la domanda soprattutto nei piani intermedi; un incremento di accuratezza ai piani alti, dove il ruolo giocato dai modi superiori diventa più rilevante, è ottenuto con l'impiego dei coefficienti di correlazione non lineari (MOMPA), che però produce un inaspettato riduzione di accuratezza al secondo piano.

Da queste analisi è facile constatare che il carattere multimodale di alcune analisi non riesce a migliorare sensibilmente il valore

previsionale, perché il telaio analizzato, essendo piano e regolare in altezza, esibisce un comportamento deformativo sia in campo elastico che in quello non lineare ben descritto dalla prima forma modale; ne consegue che risulta modesto il miglioramento nel passaggio dalle tecniche monomodali alle tecniche multimodali. Di contro le tecniche adattive soprattutto quella monomodale basata sulle forze riesce a cogliere in maniera corretta sia lo spostamento in testa, il che rende possibile anche il cogliere il profilo di spostamenti e di drift lungo l'altezza.

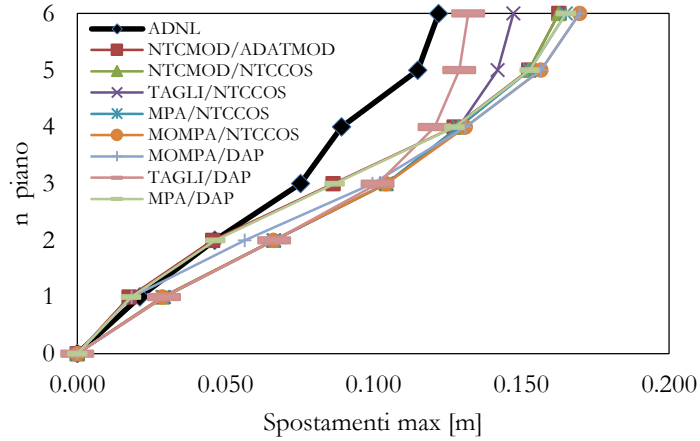


Fig. 5.13. *Domanda spostamenti: inviluppi tecniche*

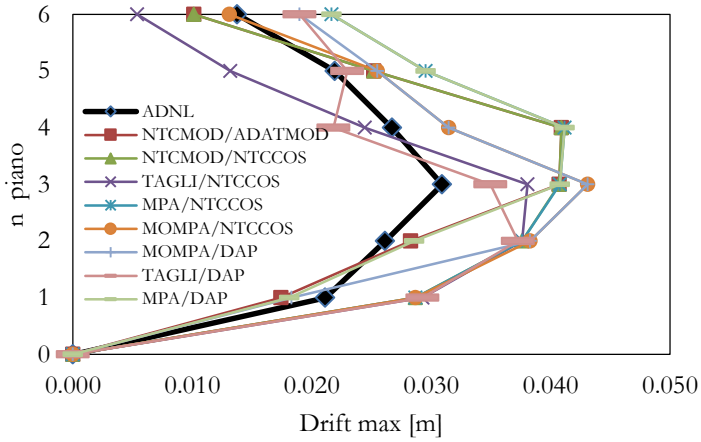


Fig. 5.14. *Domanda drift: inviluppi tecniche*

È stato fatto rilevare che le normative nazionali e internazionali richiedono di stimare la domanda attraverso l'inviluppo dei risultati ottenuti impiegando almeno due profili di carico diversi. Pertanto, con l'obiettivo di evidenziare l'efficacia di tale approccio, nelle Figg. 5.13 e 5.14 sono riportati rispettivamente gli spostamenti e i drift che si ottengono con tale procedura, accoppiando profili e tecniche definiti per la stima della risposta di sistemi a comportamento debolmente non lineare, basate sulle proprietà dinamiche elastiche della struttura, con quelle per la previsione della risposta di strutture a comportamento fortemente non lineare, come quelle adattive o la NTCCOS.

La Fig. 5,13 mostra che utilizzando l'inviluppo tra due tecniche, i risultati per quanto riguarda il profilo di spostamenti conduce ad ottenere per quasi tutte le procedure una stima eccessivamente conservativa del profilo ottenuto dall'ADNL. Diversa la situazione per i drift (fig. 5.14) dove diversi inviluppi sottostimano la richiesta di

drift, o ai piani inferiori (NTCMOD/ADATMOD, MAPA/NTCCOS, NTCMOD/NTCCOS, MPA/DAP, TAGLI/DAP); in quest'ambito si ricorda che, per l'ADNL, i massimi drift di piano possono essere maggiori dei drift ottenuti dalla deformata corrispondente al massimo spostamento in testa, in quanto posso attingersi in istanti temporali differenti. Soltanto il profilo attenuto attraverso la MOMPA/NTCCOS riesce a non sottostimare mai la risposta e sovrastimarla soltanto nei piani centrali. La TAGLI/DAP invece riesce a seguire molto da vicino la risposta dell'ADNL sottostimando leggermente soltanto in un piano.

Per quanto riguarda, invece, il comportamento a rottura in tab. 5.5 vengono mostrati i valori massimi degli spostamenti di piano ottenuti con l'ADNL per dieci artificiali accelerogrammi generati come precedentemente decritto, ogni accelerogramma è incrementato finché nel telaio non sia raggiunta la rottura di una cerniera plastica.

PROFILI DI SPOSTAMENTI A ROTTURA PER I DIECI ACCELEROGRAMMI [M]

PIANI	*Acc_1*	*Acc_2*	*Acc_3*	*Acc_4*	*Acc_5*	*Acc_6*	*Acc_7*	*Acc_8*	*Acc_9*	*Acc_10*
6	0,2111	0,2022	0,2091	0,2424	0,1949	0,2209	0,2343	0,1986	0,1763	0,2014
5	0,2014	0,1868	0,2007	0,2320	0,1891	0,2049	0,2207	0,1848	0,1662	0,1921
4	0,1773	0,1490	0,1753	0,1986	0,1704	0,1605	0,1877	0,1585	0,1484	0,1674
3	0,1372	0,1048	0,1291	0,1471	0,1323	0,1067	0,1433	0,1227	0,1239	0,1327
2	0,0812	0,0597	0,0726	0,0892	0,0784	0,0557	0,0854	0,0708	0,0798	0,0831
1	0,0350	0,0267	0,0337	0,0433	0,0375	0,0216	0,0398	0,0289	0,0388	0,0395

Tab. 5.5. *Profili di spostamento a rottura per i dieci accelerogrammi [m]*

PIANI	ADNL	NTCCOS	NTCMOD	ADATMOD	DAP	TAGLI
6	0,2091	0,1775	0,2000	0,2000	0,1950	0,1575
5	0,1979	0,1722	0,1906	0,1908	0,1764	0,1541
4	0,1693	0,1592	0,1617	0,1612	0,1474	0,1460
3	0,1280	0,1321	0,1046	0,1030	0,1153	0,1257
2	0,0756	0,0852	0,0491	0,0469	0,0752	0,0833
1	0,0345	0,0383	0,0183	0,0175	0,0364	0,0378

Tab. 5.6. *Confronto spostamenti a rottura ottenuti con le varie procedure [m]*

PIANI	ADNL	NTCCOS	NTCMOD	ADATMOD	DAP	TAGLI
6	0,0194	0,0053	0,0094	0,0092	0,0186	0,0034
5	0,0366	0,0130	0,0289	0,0296	0,0290	0,0082
4	0,0473	0,0271	0,0570	0,0581	0,0320	0,0202
3	0,0563	0,0469	0,0556	0,0561	0,0401	0,0424
2	0,0424	0,0469	0,0307	0,0295	0,0389	0,0455
1	0,0345	0,0383	0,0183	0,0175	0,0364	0,0378

Tab. 5.7. *Confronto drift rottura ottenuti con le varie procedure [m]*

Nelle tabelle 5.6 e 5.7 vengono mostrati, rispettivamente, spostamenti e drift di risposta delle procedure di ASNL utilizzate.

Analizzando le figure 5.15 e 5.16, rispettivamente spostamenti e drift d'interpiano a rottura, si può osservare che delle tecniche utilizzate nessuna riesce a cogliere con precisione lo spostamento in sommità del telaio (fig. 5.15) anche se tutte la sottostimano, fornendo un risultato conservativo. Nessuna delle procedure riesce a stimare in maniera corretta l'andamento dei drift in tutti i livelli della struttura (fig. 5.16). Le tecniche basate sul primo modo, sia adattive che invarianti (NTCMOD e ADATMOD) non riescono a cogliere

nemmeno qualitativamente il profilo dei drift ai vari piani, le altre tecniche, invece, riescono a stimare correttamente ai piani bassi perdendo di accuratezza ai piani alti. Tra tutte le tecniche la procedura migliore sembrerebbe essere la DAP, questa anche se non riesce a cogliere i drift in tutti i livelli non sovrastima in alcun caso la capacità della struttura.

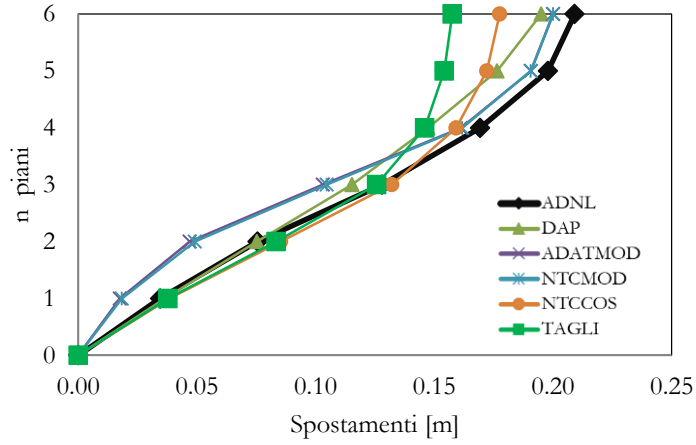


Fig. 5.15. *Spostamenti rottura*

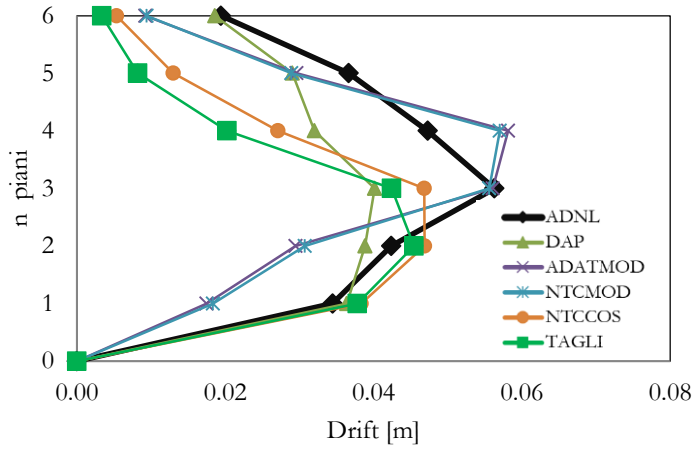


Fig. 5.16. *Drift rottura*

5.4 Risultati e confronti telaio bidimensionale irregolare

I risultati ottenuti dalle diverse procedure sul telaio irregolare in altezza mostrano in maniera più chiara le differenze tra le varie tecniche, mostrando un ruolo decisivo dei modi superiori sulla risposta strutturale. Nella figura 5.17 sono mostrate le curve di spinta ottenute con i diversi profili di carico; arrestate in corrispondenza della rottura. Si può notare una netta separazione in tre gruppi delle curve di capacità. Il gruppo che stima sia la minore rigidezza che la minore capacità di spostamento è formato dalle tecniche basate su profilo di forze del primo modo sia adattivo che invariante, il metodo che, invece, restituisce la maggiore rigidezza e spostamento ultimo è la DAP, nel gruppo intermedio si trovano le tecniche con profilo di carico proporzionale ai tagli modali e profilo di accelerazioni uniformi.

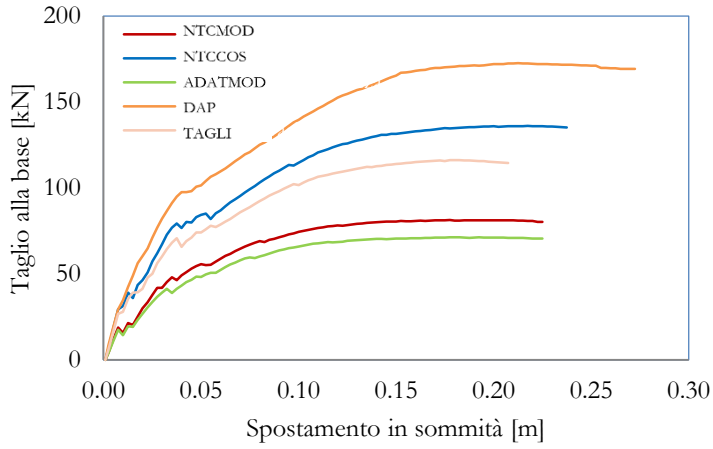


Fig. 5.17. *Curve di capacità a confronto*

Dall'analisi della deformata della figura 5.18, corrispondente alla previsione della domanda, è possibile notare che anche per questo telaio tutte le procedure sovrastimano lo spostamento dell'ultimo livello del telaio, ma solo alcune (DAP, TAGLI, MOMPA, NTCCOS) non sottostimano gli spostamenti ai piani bassi

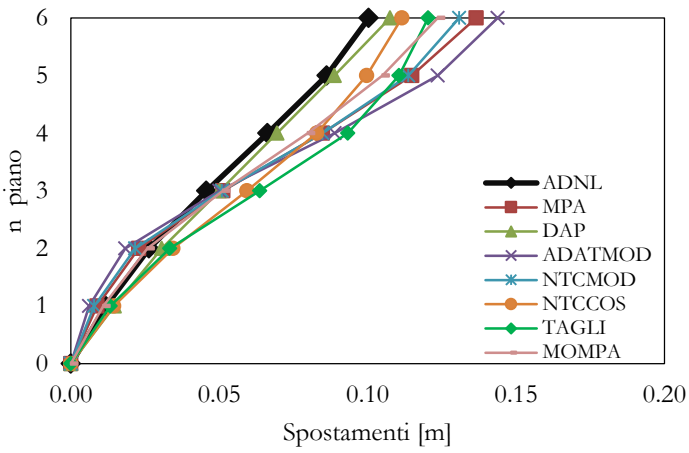


Fig. 5.18. *Spostamenti: domanda*

Osservando, invece, i drift (fig.5.19) è evidente che il metodo che ripercorre più fedelmente il loro andamento lungo l'altezza è il MOMPA, dove i contributi dei modi superiori e l'utilizzo di una tecnica di combinazione coerente aumentano notevolmente la precisione della stima in tutti i piani sottostimando leggermente soltanto nel penultimo livello. La DAP riesce a prevedere correttamente la domanda ai piani bassi, mentre la sottostima ai piani alti. Le tecniche basate su profilo di forze proporzionale al primo modo sia adattive che invarianti sottostimano ai piani bassi e sovrastimano anche notevolmente, nel caso di profilo adattivo, ai piani alti. Le procedure NTCCOS e TAGLI non riescono a cogliere il comportamento strutturale, sottostimando notevolmente la domanda agli ultimi due piani e sovrastimando abbondantemente nei piani intermedi.

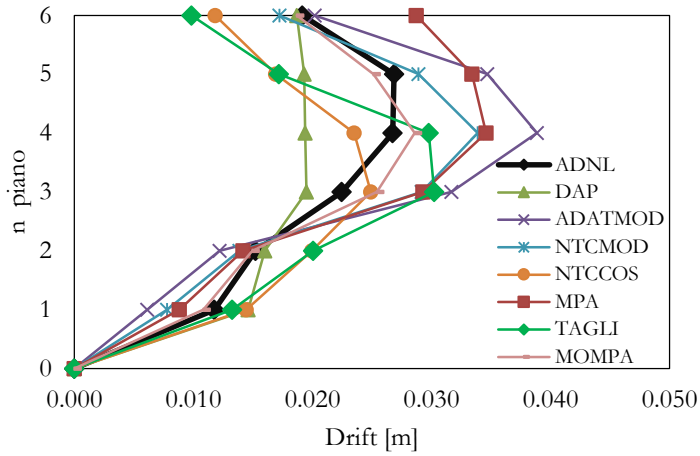


Fig. 5.19. *Drift: domanda*

DOMANDA DI SPOSTAMENTI PER I DIECI ACCELEROGRAMMI [M]

PIANI	*Acc_1*	*Acc_2*	*Acc_3*	*Acc_4*	*Acc_5*	*Acc_6*	*Acc_7*	*Acc_8*	*Acc_9*	*Acc_10*
6	0,1214	0,1346	0,1317	0,1078	0,1148	0,1464	0,1242	0,1118	0,1012	0,1270
5	0,1123	0,1254	0,1255	0,1016	0,1085	0,1361	0,1158	0,1082	0,0964	0,1211
4	0,0950	0,1057	0,1085	0,0875	0,0932	0,1109	0,0997	0,0927	0,0868	0,0127
3	0,0728	0,0793	0,0807	0,0690	0,0712	0,0761	0,0766	0,0700	0,0723	0,0868
2	0,0433	0,0489	0,0470	0,0443	0,0447	0,0413	0,0481	0,0426	0,0484	0,0556
1	0,0207	0,0225	0,0190	0,0208	0,0209	0,0162	0,0223	0,0193	0,0236	0,0262

Tab. 5.8. *Domanda di spostamenti per i dieci accelerogrammi [m]*

DOMANDA DI SPOSTAMENTI [M]

PIANI	*ADNL*	*MPA*	*DAP*	*ADATMOD*	*NTCMOD*	*NTCCOS*	*TAGLI*	*MOMPA*
6	0,1003	0,1115	0,1309	0,1364	0,1449	0,1075	0,1204	0.1236
5	0,0861	0,0997	0,1136	0,1149	0,1258	0,0888	0,1105	0.1049
4	0,0662	0,0828	0,0847	0,0848	0,0903	0,0695	0,0933	0.0798
3	0,0456	0,0593	0,0508	0,0512	0,0505	0,0501	0,0636	0.0512
2	0,0263	0,0344	0,0217	0,0228	0,0183	0,0306	0,0333	0.0258
1	0,0118	0,0144	0,0078	0,0088	0,0061	0,0146	0,0133	0.0108

Tab. 5.9. *Confronto domanda spostamenti ottenuti con le varie procedure [m]*

DOMANDA DRIFT [M]

PIANI	*ADNL*	*MPA*	*DAP*	*ADATMOD*	*NTCMOD*	*NTCCOS*	*TAGLI*	*MOMPA*
6	0,0191	0,0118	0,0172	0,0281	0,0190	0,0187	0,0098	0.0187
5	0,0269	0,0169	0,0289	0,0334	0,0355	0,0194	0,0172	0.0251
4	0,0267	0,0235	0,0339	0,0346	0,0398	0,0193	0,0298	0.0286
3	0,0225	0,0249	0,0292	0,0293	0,0322	0,0195	0,0302	0.0254
2	0,0152	0,0199	0,0139	0,0142	0,0122	0,0160	0,0201	0.0150
1	0,0118	0,0144	0,0078	0,0088	0,0061	0,0146	0,0133	0.0108

Tab. 5.10. *Confronto drift domanda ottenuti con le varie procedure [m]*

I risultati ottenibili con l'utilizzo degli inviluppi per il profilo di spostamenti, riportati in fig. 5.20) evidenziano che l'intero profilo viene sovrastimato da tutte le coppie di tecniche proposte ad eccezione della NTCMOD/ADATMOD che continua a sottostimare ai piani bassi. Da menzionare le coppie NTCMOD/NTCCOS e MPA/DAP (fig. 5.21) che mantenendosi abbastanza vicine al profilo dei drift della ADNL riescono a non sottostimare in alcun caso, confermando la bontà dell'indicazione di base della normativa, e la non sempre superiore capacità dei profili adattivi.

Dall'analisi di questo esempio si evince che la MOMPA risulta la tecnica migliore anche confrontata con gli inviluppi ricavati da due procedure diverse.

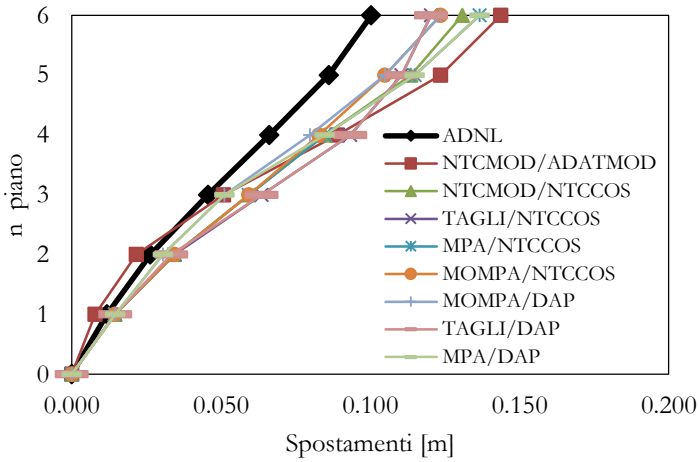


Fig. 5.20. *Domanda spostamenti: inviluppi tecniche*

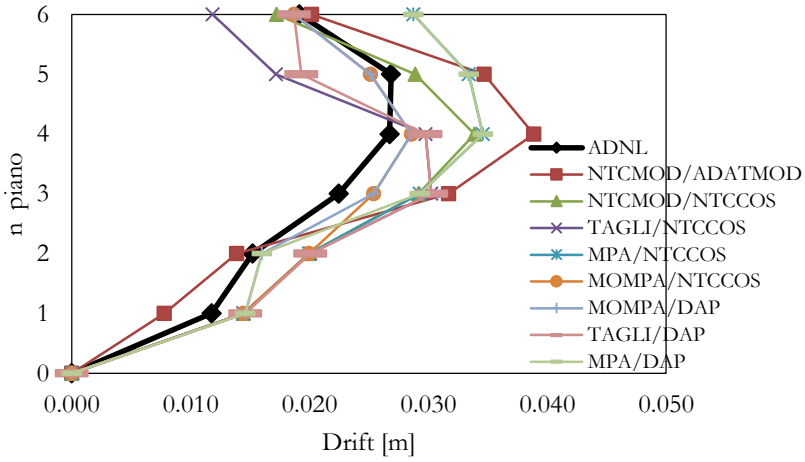


Fig. 5.21. *Domanda Drift: inviluppi tecniche*

PROFILI DI SPOSTAMENTI A ROTTURA PER I DIECI ACCELEROGRAMMI [M]

PIANI	*Acc_1*	*Acc_2*	*Acc_3*	*Acc_4*	*Acc_5*	*Acc_6*	*Acc_7*	*Acc_8*	*Acc_9*	*Acc_10*
6	0,2178	0,1562	0,1896	0,1768	0,1610	0,2304	0,1551	0,1387	0,1303	0,1661
5	0,1980	0,1419	0,1771	0,1517	0,1448	0,2004	0,1426	0,1348	0,1188	0,1507
4	0,1580	0,1200	0,1481	0,1100	0,1078	0,1418	0,1115	0,0984	0,1013	0,1197
3	0,1100	0,0811	0,0937	0,0717	0,0665	0,0832	0,0679	0,0684	0,0765	0,0838
2	0,0639	0,0475	0,0448	0,0461	0,0352	0,0402	0,0370	0,0414	0,0464	0,0488
1	0,0276	0,0212	0,0186	0,0206	0,0170	0,0167	0,0170	0,0181	0,0232	0,0205

Tab. 5.11. *Confronto spostamenti a rottura ottenuti con le varie procedure [m]*

PIANI	*ADNL*	*NTCCOS*	*NTCMOD*	*ADATMOD*	*DAP*	*TAGLI*
6	0,1722	0,2375	0,2250	0,2250	0,2725	0,2075
5	0,1561	0,2268	0,2053	0,2033	0,2222	0,2004
4	0,1216	0,1869	0,1509	0,1452	0,1736	0,1715
3	0,0803	0,1198	0,0815	0,0756	0,1277	0,1063
2	0,0451	0,0561	0,0244	0,0200	0,0803	0,0421
1	0,0201	0,0233	0,0086	0,0066	0,0406	0,0165

Tab. 5.12. *Confronto spostamenti a rottura ottenuti con le varie procedure [m]*

PIANI	*ADNL*	*NTCCOS*	*NTCMOD*	*ADATMOD*	*DAP*	*TAGLI*
6	0,0278	0,0107	0,0197	0,0217	0,0503	0,0071
5	0,0462	0,0398	0,0544	0,0581	0,0486	0,0289
4	0,0532	0,0671	0,0694	0,0696	0,0459	0,0652
3	0,0436	0,0638	0,0570	0,0557	0,0474	0,0642
2	0,0259	0,0327	0,0158	0,0134	0,0397	0,0257
1	0,0201	0,0233	0,0086	0,0066	0,0406	0,0165

Tab. 5.13. *Confronto drift rottura ottenuti con le varie procedure [m]*

Nelle Tabelle 5.11, 5.12 e 5.13 sono riportati i valori degli spostamenti di piano ottenuti mediante l'ADNL, e i valori previsti per gli spostamenti e i drift dalle diverse procedure di ASNL a rottura. Nelle Fig.5.22 e 5.23 i risultati sono rappresentati graficamente

Analizzando il comportamento del telaio nel momento dell'incipiente rottura, si può osservare (fig. 5.22) che le tecniche basate sul primo modo (adattive ed invarianti) riescono a prevedere il profilo di spostamenti sovrastimandolo ai piani alti e sottostimandolo ai piani bassi, andamento confermato dai drift di piano (fig. 5.23). Le procedure TAGLI e NTCCOS evidenziano un comportamento simile, riescono a ripercorrere abbastanza fedelmente il profilo di spostamenti (fig. 5.22), stimando in maniera corretta i drift ai piani bassi, sovrastimandolo ai piani intermedi, e sottostimando, di nuovo, i drift ai piani alti (fig. 5.23). La DAP, pur avendo natura multimodale ed adattiva, quindi confacente a riproporre il comportamento di strutture fortemente non lineari, non riesce, in questo caso, a restituire risultati comparabili con l'ADNL. Infatti, osservando la figura 5.22 si nota una sovrastima degli spostamenti ad ogni piano del telaio, sovrastima che diventa importante all'ultimo piano, e una distribuzione dei drift di piano profondamente diversa da quella riscontrata nell'ADNL. La deformata a rottura prevista dalla DAP risulta pressoché lineare (Fig.5.22) come confermato dalla distribuzione dei drift di piano in Fig.5.23 che si mantengono pressoché costanti lungo l'altezza della truttura.

Attraverso questi risultati si può intuire che il comportamento fortemente non lineare di strutture irregolari, quindi, con grande influenza dei modi superiori è difficilmente riproducibile attraverso le procedure esistenti in letteratura. La tecnica più adatta a descrivere l'andamento di strutture irregolari debolmente non lineare è risultata essere la MOMPA, evidenziando ottimi risultati comparandoli con l'ADNL, mentre gran parte delle tecniche

utilizzate sono risultate valide per descrivere il comportamento del telaio bidimensionale regolare, sia fortemente che debolmente non lineare.

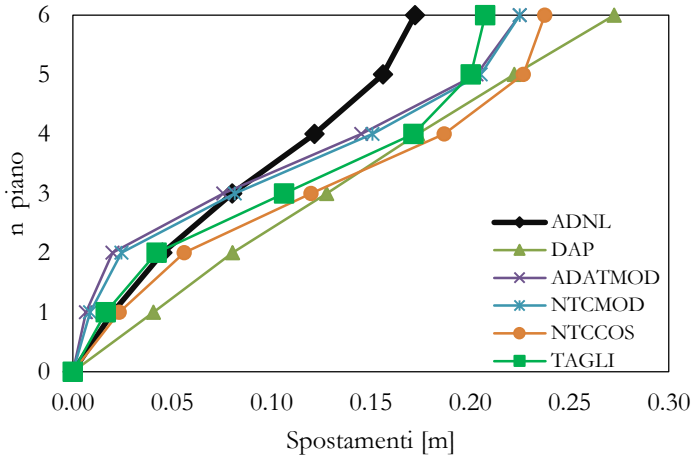


Fig. 5.22. *Spostamenti rottura*

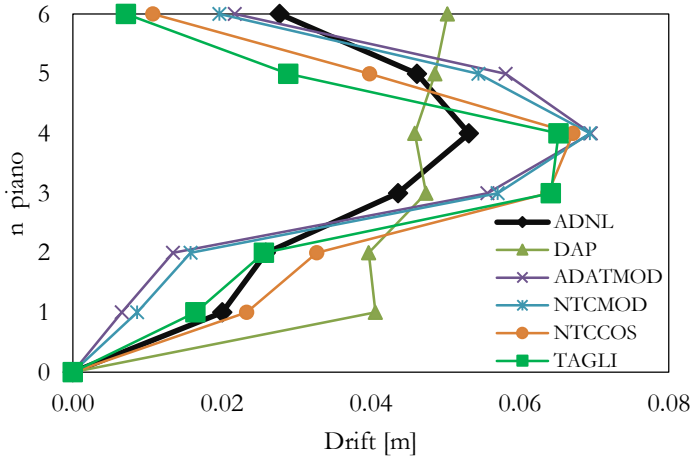


Fig. 5.23. *Drift rottura*

6 UNA NUOVA PROPOSTA PER L'ANALISI STATICA NON LINEARE DI STRUTTURE SPAZIALI IRREGOLARI

6.1 Aspetti generali

Nel precedente capitolo è stato evidenziato che, nonostante la mancanza di solide basi teoriche e le approssimazioni necessarie per la formulazione delle diverse procedure, l'analisi statica non lineare è una efficace metodologia per lo studio e la progettazione di strutture regolari e irregolari in elevazione modellabili come telai bidimensionali. L'estensione della procedura in presenza di strutture spaziali con significative irregolarità anche in pianta, presenta invece alcune difficoltà. Gli stessi autori che hanno proposto i diversi metodi di analisi pushover per strutture regolari hanno studiato tecniche e procedure modificate per estenderne l'applicabilità anche a strutture spaziali con irregolarità planimetriche (cfr. cap.2), pervenendo a formulazioni ancora non del tutto soddisfacenti.

È stato fatto rilevare che in presenza di forti irregolarità in pianta, i modi di vibrare della struttura, sia prevalentemente traslazionali che

rotazionali, sono fortemente accoppiati e pertanto le tecniche che considerano la risposta rappresentata da un singolo modo, prevalentemente traslazionale, non sono in grado di riprodurre le caratteristiche essenziali del moto della struttura. Nel precedente capitolo è stato inoltre evidenziato che fra le tecniche multimodali, la Modal Pushover Analysis (Chopra et al. 2002), modificata in modo da tenere conto delle caratteristiche isteretiche degli oscillatori nella combinazione delle risposte attraverso l'impiego dei coefficienti di correlazione non lineari, risulta particolarmente accurata.

In questo contesto, nel presente capitolo verrà mostrato come questa modifica della MPA, utilizzando i coefficienti di correlazione non lineare, sia abbastanza efficiente nel caso di strutture irregolari in pianta a comportamento non fortemente non lineare. Oltre questa è stata sviluppata una nuova procedura che riesce, in tutti i casi analizzati, a riprodurre con grande accuratezza i risultati ottenuti con l'analisi dinamica non lineare, riducendo le approssimazioni che caratterizzano la previsione della risposta ottenuta con i metodi più accreditati presenti in letteratura. A tale scopo, si mostreranno i risultati di analisi effettuate su modelli tridimensionali con differenti tipi di irregolarità planimetriche ed altimetriche. Si cercherà dunque di chiarire quale sia l'influenza di tale irregolarità sulla risposta strutturale, e verificare l'accuratezza sia della tecnica di Chopra (2004) modificata attraverso l'utilizzo dei coefficienti di correlazione non lineare, sia della procedura originale proposta in questa tesi. Queste tecniche, poi, saranno comparate con le procedure esistenti in letteratura e raffrontate con l'analisi dinamica non lineare.

6.2 Alcuni aspetti nelle procedure per la valutazione della risposta di strutture irregolari in pianta

Dopo un attento studio della letteratura esistente, si è individuata nella procedura proposta da Fajfar nel 2012, descritta in dettaglio nel capitolo 2, una fra le più efficaci tecniche per la stima conservativa della risposta non lineare di edifici irregolari planimetricamente. La tecnica è caratterizzata dall'amplificare gli spostamenti e gli altri parametri di risposta di una analisi statica non lineare (ASNL) convenzionale con due coefficienti (≥ 1) derivati dal confronto con i risultati di un analisi dinamica modale lineare (ADML); il primo, uguale per tutti i telai ma diverso ai vari piani è pari, per l'*i-esimo* piano, al rapporto fra lo spostamento del baricentro delle masse del generico *i-esimo* piano ottenuto dall'ASNL e il corrispondente spostamento ottenuto dall'ADML, una volta che quest'ultimo è amplificato del rapporto (se maggiore di uno) fra lo spostamento del baricentro delle masse dell'ultimo impalcato ottenuto nell'ASNL e il corrispondente spostamento nell'ADML; il secondo, diverso per ogni telaio ma uguale per tutti i piani di esso, dato dal rapporto fra gli spostamenti dell'ultimo piano del telaio ottenuto nell'ASNL e ADML rispettivamente, una volta che quest'ultimo è amplificato, come nel caso precedente, del rapporto (se maggiore di uno) fra lo spostamento del baricentro delle masse dell'ultimo impalcato ottenuto nell'ASNL e il corrispondente spostamento nell'ADML

Il punto di forza di questa procedura sta nell'ottenere una stima sempre conservativa della risposta e nella semplicità di esecuzione. Il grosso difetto, invece, si manifesta in una sovrastima eccessiva degli spostamenti nella maggior parte dei casi. La ricerca condotta è stata

finalizzata alla formulazione di una tecnica che, partendo dalla stessa filosofia della procedura N2 modificata come proposto da Fajfar nel 2012, mira a ridurre sostanzialmente l'eccessiva sovrastima dei parametri di risposta.

In quest'ambito, una prima considerazione è legata a quanto è stato fatto rilevare nel capitolo 2, dove si è evidenziato che le procedure tradizionali di ASNL non prevedono, nei profili di carico, l'applicazione di momenti torcenti, ma solo di forze applicate al baricentro delle masse ad ogni piano; fa eccezione la procedura MPA, derivata come diretta estensione dell'analisi modale per sistemi elastici al caso non lineare, che prevede fra i contributi delle azioni definite dall'espansione modale delle forze sismiche, anche dei momenti torcenti di piano.

In seguito a questa osservazione si fa inoltre rilevare che, fra le distribuzioni di forze previste dai più recenti codici normativi (es. NTC), per sistemi per i quali la risposta in fase elastica dipende significativamente dai modi superiori, è previsto di ricavare il profilo di carico dalla stima dei tagli di piano ottenuti con un'analisi dinamica modale lineare (indicata nel capitolo precedente con TAGLI), applicando le forze nel baricentro delle masse degli impalcati. Tale prescrizione si basa sull'osservazione che le più significative variazioni della risposta in campo non lineare sono dovute alla formazione delle cerniere plastiche sulle colonne, nelle quali il valore del momento flettente è dipendente principalmente dal valore del taglio, e notando che, in campo lineare, l'analisi modale risulta la tecnica più efficace per la previsione dei valori massimi di sollecitazione sugli elementi. Tuttavia, tale indicazione normativa porta, nella conduzione dell'ASNL con tale profilo di forze, ad ottenere, al limite del

comportamento elastico, la distribuzione altimetrica dei tagli di piano prevista dall'analisi dinamica lineare, senza però ricercare lo stesso requisito per la distribuzione planimetrica.

A tale riguardo va fatto rilevare che, già in strutture con distribuzioni regolari delle masse lungo l'altezza caratterizzate da baricentro delle masse di piano collocate lungo una stessa verticale, la distribuzione planimetrica dei tagli di piano viene ovviamente riprodotta da forze applicate al baricentro delle masse, se i tagli sono valutati a partire dalle combinazioni "modali" dell'espansione delle forze equivalenti applicate ai baricentri delle masse; diversamente, per riprodurre la distribuzione planimetrica dei tagli può risultare necessario applicare le forze di piano in punti diversi dai baricentri delle masse, se i tagli di piano vengono calcolati come risultante dei tagli derivanti dall'analisi modale su ogni singolo pilastro, in quanto il punto di applicazione della risultante dei tagli sui pilastri di un piano ottenuto dall'analisi dinamica modale non coincide, in generale, né con il baricentro delle masse né con quello delle rigidezze di piano.

Tale differenza risulta spesso rilevante, quando si analizza il comportamento di strutture con distribuzione irregolare delle masse in altezza (rientranze o sporgenze planimetriche, presenza di brusche variazioni planimetriche della distribuzione delle masse, ecc..). Va quindi rilevato che legare la regolarità in altezza alla eccentricità fra baricentro delle masse e delle rigidezze di piano potrebbe essere fuorviante in questo casi.

Per far fronte a questa incongruenza si renderebbe necessario individuare un nuovo, più rispondente, parametro di controllo dell'irregolarità planimetrica rappresentativo del comportamento globale della struttura. Nel prosieguo di questo lavoro, invece,

coerentemente a quanto riportato in letteratura, saranno utilizzati come parametri caratteristici del sistema, l'eccentricità tra baricentro delle masse e delle rigidezze e/o delle resistenze, riservando a studi e approfondimenti futuri l'utilizzo di questo nuovo indice di regolarità planimetrico.

6.3 Indagini parametriche preliminari

Coerentemente con le tecniche utilizzate in letteratura, per evidenziare alcuni aspetti salienti del comportamento strutturale di edifici irregolari planimetricamente, si sono condotte analisi dinamiche non lineari al passo (Time History) della risposta di un semplice modello monopiano di struttura irregolare in pianta, in modo da potere evidenziare la variazione della risposta al variare dei parametri caratteristici del sistema descritti nei capitoli precedenti. Più in particolare, con l'obiettivo di rivisitare criticamente la procedura proposta da Fajfar per l'amplificazione degli effetti torsionali previsti per le procedure convenzionali di analisi statica non lineare, l'analisi è stata finalizzata a confrontare e pesare nell'analisi della risposta, la componente traslazionale da quella rotazionale del moto dell'impalcato. Sono state condotte svariate analisi Time History, utilizzando accelerogrammi generati artificialmente piuttosto che accelerogrammi reali. In questo lavoro si è deciso di utilizzare un input generato, poiché la variabilità dei risultati risulta nettamente più piccola rispetto alla risposta degli accelerogrammi selezionati, consentendo un più semplice riconoscimento e la formulazione di osservazioni e considerazioni di carattere generale sulla dipendenza della risposta dai parametri

meccanici del sistema. Proprio da questa considerazione, risultato di analisi che hanno evidenziato la forte dispersione della risposta in presenza di input proveniente da registrazione di eventi sismici reali, prende luogo l'idea di una procedura che inviluppi i risultati dell'analisi dinamica non lineare non ricercando la pedissequa descrizione della riposta al singolo accelerogramma.

Si sono considerati sistemi dotati di eccentricità strutturale in una singola direzione. I parametri presi in considerazione sono stati tre fra quelli evidenziati in letteratura, nello specifico: il rapporto tra le rigidezze torsionale e traslazionale, le posizioni del baricentro delle resistenze rispetto a quello delle masse e delle rigidezze, e il livello di non linearità della riposta determinato dal rapporto fra l'intensità dell'eccitazione sismica e la resistenza del sistema. In quest'ambito viene fatto rilevare come la procedura di correzione della risposta torsionale proposta da Fajfar, basata su una riposta elastica, non tiene in alcun conto l'influenza della posizione del baricentro delle resistenze sulla modificazione della risposta torsionale in campo non lineare, né del rapporto fra l'intensità dell'input e la resistenza del sistema. In questa analisi non si è indagato sull'influenza del valore del periodo di vibrare prevalentemente traslazionale, nè l'influenza della centrifugazione delle resistenze.

Il modello (Fig. 6.1) utilizzato per l'analisi parametrica è costituito da un telaio spaziale shear type avente un solo piano, sostenuto da quattro pilastri, assialmente inestensibili, alti 6 metri (la dimensione irrealistica, è legata soltanto alla volontà di analizzare strutture con periodo fondamentale maggiore di quello di massimo contenuto energetico dell'input, che corrisponde con il periodo dello spettro di

transizione fra strutture a pseudo accelerazione e a pseudo velocità costanti, rispettivamente).

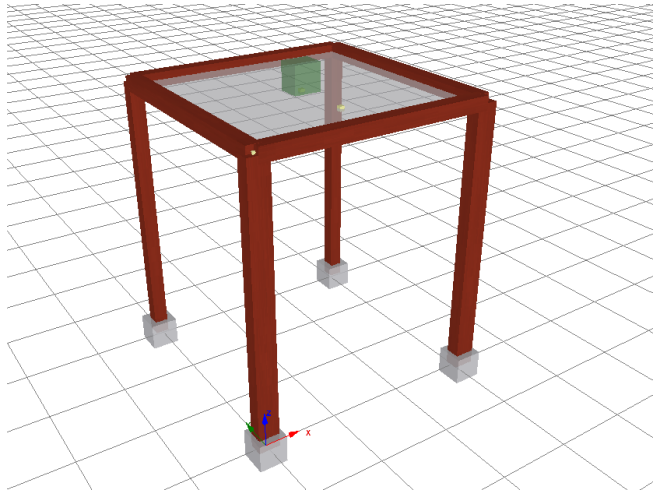


Fig. 6.1. *Modello analizzato per indagare l'influenza della non linearità*

Il modello, con impalcato infinitamente rigido nel proprio piano, ha pianta quadrata di lato 5m e distribuzione delle masse uniforme, ha baricentro delle masse coincidente con il baricentro geometrico, e 3 gradi di libertà dinamicamente significati: le traslazioni lungo le direzioni x e y e la rotazione intorno all'asse z. In testa ad ogni pilastro è applicata una massa di 8.9 kN/m/s^2. I pilastri sono distanziati tra loro in entrambe le direzioni di 5 m, con differenze nelle rigidezze tali da generare un'eccentricità del 20% tra il baricentro delle rigidezze e quello delle masse. L'eccentricità è imposta soltanto lungo l'asse y. I valori dei periodi di vibrare del sistema accoppiato sono, con componente del moto prevalentemente traslazionale Tx=0.57s e con componente prevalentemente rotazionale Tθ =0.43s (non si indaga sul moto in direzione y, in quanto il moto risulta disaccoppiato e non eccitato in virtù della simmetria rispetto all'asse y. La posizione del

baricentro delle resistenze è fatta variare tra la perfetta corrispondenza con il quello delle rigidezze (**sistema non bilanciato**) e quello delle masse (**sistema bilanciato**). Sono stati impiegati due livelli di eccitazione sismica al fine di analizzare il comportamento strutturale per due livelli di non linearità della risposta. L'input utilizzato è stato generato a partire dai dati spettrali F_0=2.422, T_c^*=0.305 e per due valori dell'accelerazione di ancoraggio: a_{g1}=1.3 g e a_{g2}=0.86 g. Le resistenze dei pilastri, simmetriche rispetto l'asse y, sono state tarate in modo da ottenere un valore del fattore di struttura q pari a q=5 per il primo livello di eccitazione, e q=3.3 per il secondo livello.

In totale, quindi, sono stati impiegati 20 accelerogrammi 10 per ciascun livello di magnitudo.

Nella successiva Tab. 6.1 per entrambi i sistemi non bilanciato (sistema con baricentro delle resistenze coincidente con baricentro delle rigidezze) e bilanciato (sistema con baricentro delle resistenze coincidente con baricentro delle masse) sono confrontati i valori massimi della risposta ottenuti dalle analisi Time History, con i risultati ottenuti da una analisi modale elastica con spettro di risposta. In Tabella sono riportati i valori degli spostamenti del baricentro delle masse x BM, del telaio "perimetrale" posto dallo stesso lato del baricentro delle rigidezze rispetto a quello delle masse (x_RIG), e del telaio dal lato opposto (x_Fle), e il valore della rotazione massima dell'impalcato (Rot)

I risultati delle analisi effettuate mostrano, al crescere del fattore di struttura (e del conseguente grado di non linearità della risposta del sistema), una riduzione del rapporto fra le rotazioni dell'impalcato del

SISTEMA_BILANCIATO	x_BM	x_Rig	x_Fle	Rot_BM
Media (10 acc) q=5	0.219	0.2094	0.2414	0.019192
Media (10 acc) q=3.3	0.191	0.188	0.2401	0.02367
SISTEMA_NON BILANCIATO	**x_BM**	**x_Rig**	**x_Fle**	**Rot_BM**
Media (10 acc) q=5	0.254	0.1848	0.2888	0.03724
Media (10 acc) q=3.3	0.228	0.1684	0.276	0.03993
ELASTICO	**x_BM**	**x_Rig**	**x_Fle**	**Rot_BM**
Caso elastico (analisi modale con spettro di risposta)	0.154	0.136	0.213	0.04102

Tab. 6.1. Influenza livello non linearità e posizione CV sulle rotazioni, (spostamenti in metri, rotazioni in radianti)

sistema non lineare ottenuto dalle Time History e il valore previsto per il sistema elastico ottenuto mediante l'analisi modale. Il sistema bilanciato esibisce un comportamento analogo, ma con rotazioni per risposta non lineare (entrambi i livelli di non linearità) di entità notevolmente minore.

Dall'analisi di questi dati è possibile rilevare che per sistema bilanciato e comportamento fortemente non lineare le massime rotazioni di piano raggiungono all'incirca il 50 % delle rotazioni dello stesso sistema con comportamento indefinitamente elastico previste dall'analisi modale. In tutti gli altri casi le rotazioni non lineari e quelle elastiche sono comparabili. Dopo questo studio, si è indagato sull'influenza del rapporto fra le rigidezze torsionali e traslazionali del sistema ideale disaccoppiato, sull'entità delle rotazioni esibite durante analisi Time History non lineari e la previsione fornita dall'analisi modale per sistemi elastici. L'analisi è condotta assumendo, coerentemente con le indicazioni in letteratura, come parametro il rapporto tra la frequenza rotazionale e la frequenza traslazionale del sistema disaccoppiato, che si è fatto variare da 0.5 fino a 1.5 con un

incremento di 0.25. Per ottenere sistemi con tali caratteristiche dinamiche, derivato un sistema ideale disaccoppiato da quello di partenza, si è fatta variare l'inerzia polare della massa del sistema disaccoppiato al fine di ottenere i valori di Ω voluti. Ottenuto il valore ricercato, si è "riaccoppiato" il sistema distribuendo le masse in modo da riottenere la medesima eccentricità del sistema di partenza senza alterare il valore complessivo del momento di inerzia polare delle masse, ottenendo così il sistema su cui calcolare i parametri d'interesse. I più rilevanti risultati di tale analisi per i sistemi accoppiati così definiti sono nel seguito riportati sinteticamente: in Tab. 6.2, al varare del parametro Ω, sono riportati i valori dei periodi di vibrazione T*i* e le percentuali di massa partecipante Mi del modo prevalentemente traslazionale (i=x) e rotazionale (i=**θ**), e i corrispondenti valori della rotazione dell'impalcato prevista dall'analisi dinamica modale lineare; in Tabella 6.3 le rotazioni dell'impalcato ottenute dall'analisi statica non lineare per i sistemi bilanciati e non bilanciati, i cui andamenti sono riportati graficamente in Fig. 6.2 , insieme alla previsione fornita dall'analisi dinamica modale

Ω				**ROT_ELAST**
0.50	**Tθ=1.25**	**Mx=7%**	**Mθ=93%**	0.0196
	Tx=0.54	**Mx=93%**	**Mθ=7%**	
0.75	**Tθ=0.90**	**Mx=22%**	**Mθ=78%**	0.0365
	Tx=0.52	**Mx=78%**	**Mθ=22%**	
1.00	**Tθ=0.75**	**Mx=48%**	**Mθ=52%**	0.0506
	Tx=0.47	**Mx=52%**	**Mθ=48%**	
1.25	**Tx=0.69**	**Mx=71%**	**Mθ=29%**	0.0507

	Tθ=0.41	**Mx=29%**	**Mθ=71%**	
1.50	**Tx=0.66**	**Mx=84%**	**Mθ=16%**	0.0457
	Tθ=0.36	**Mx=16%**	**Mθ=84%**	
1.75	**Tx=0.64**	**Mx=90%**	**Mθ=10%**	0.0410
	Tθ=0.31	**Mx=10%**	**Mθ=90%**	
2.00	**Tx=0.64**	**Mx=93%**	**Mθ=7%**	0.0371
	Tθ=0.27	**Mx=7%**	**Mθ=93%**	

Tab. 6.2. *Risultati sistemi elastici al variare del parametro omega, periodi e masse partecipanti in x e θ.*

Ω	**ROT_BILANCIATO**	**ROT_NON_BILANCIATO**
0.5	0.016265	0.026494
0.75	0.027927	0.037863
1	0.034527	0.048968
1.25	0.026605	0.048189
1.5	0.026734	0.048652

Tab. 6.3. *Risultati sistemi non lineari al variare del parametro omega*

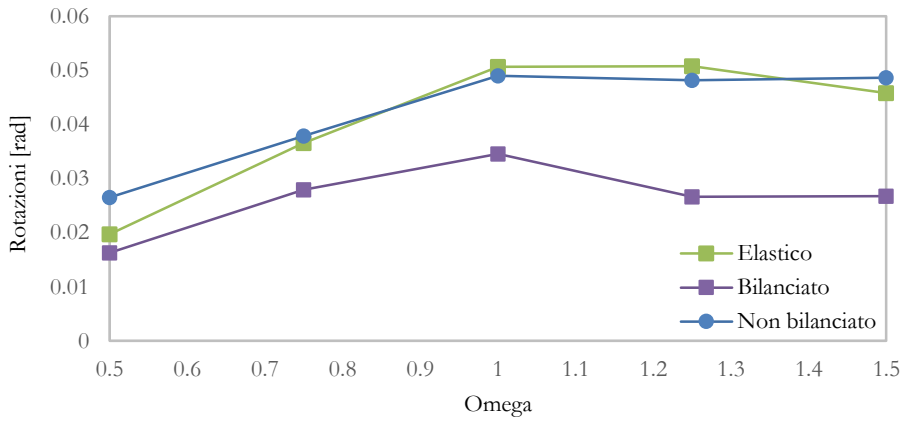


Fig. 6.2 *Andamento delle rotazioni al variare del parametro omega.*

lineare. La Figura mostra chiaramente che l'andamento delle rotazioni di piano al variare del rapporto Ω in campo elastico e nei due sistemi, bilanciato e non bilanciato, è praticamente simile, evidenziando che il sistema lineare è in grado di rappresentare la dipendenza della rotazione dell'impalcato al variare di Ω (ma non il valore) anche per la risposta dinamica dei due sistemi non lineari, al netto della differenza di rotazione tra i due sistemi non lineari, già evidenziata prima, rimasta praticamente costante per tutti i livelli di Ω indagati. Inoltre, le rotazioni ottenute con la dinamica modale con spettro di risposta riescono a inviluppare i valori ottenuti con le analisi non lineari per quasi tutto il range di omega, sottostimando leggermente per il valore massimo.

I risultati evidenziano quindi, come l'analisi dinamica lineare sovrastimi le rotazioni dell'impalcato, tanto più quanto la posizione del baricentro delle resistenze coincida con quello delle masse (sistema bilanciato) e tanto più quanto sia grande il livello di non linearità della risposta (fornendo evidentemente una previsione "quasi esatta" per sistemi a comportamento lineare. Tale circostanza è una delle maggiori fonti di approssimazione della procedura di Fajfar, insieme alla eccessiva amplificazione della risposta ottenuta attraverso il prodotto di due coefficienti amplificativi, per tenere in conto sia l'amplificazione lungo l'altezza dovuta ai modi superiori, che quella in pianta dovuta all'entità dei moti torsionali.

6.4 Nuova tecnica proposta

Viene qui proposta una nuova tecnica, valida per strutture "deformabili" con periodo fondamentale maggiore di quello di massimo contenuto energetico dell'input (T>Tc) che, nell'ottica di fornire una stima conservativa della domanda, riduca le eccessive approssimazioni per eccesso che caratterizzano la procedura di Fajfar. In questa procedura l'influenza dei modi superiori lungo l'altezza viene modellata assumendo un profilo di forze derivate dal profilo dei tagli di piano ottenuti dall'analisi dinamica modale, mentre le rotazioni dell'impalcato sono controllate in funzione dei valori forniti da un analisi dinamica modale lineare con spettro di risposta, e di un coefficiente riduttivo, funzione della posizione del baricentro delle resistenze e del grado di non linearità atteso della risposta (attraverso il valore del fattore di struttura q) che riproduca gli andamenti evidenziati nell'analisi parametrica sinteticamente descritta precedentemente. Più in dettaglio, la procedura originale proposta precede di passaggi descritti nel seguito:

1. Sviluppare sul modello non lineare della struttura una analisi N2 convenzionale con profilo di carico proporzionale alle forze generatrici i tagli di piano ottenuti attraverso una analisi modale con spettro di risposta.
2. Effettuare, per il sistema corrispondente a comportamento indefinitamente elastico, un'analisi dinamica modale con spettro di risposta, dalla quale ottenere i valori massimi delle rotazioni degli impalcati.

3. Modificare i valori delle rotazioni di piano ottenute al punto precedente, attraverso il coefficiente correttivo riportato nella successiva Equazione 6.1.
4. Ripetere l'analisi condotta al punto 1, amplificando (se queste sono inferiori) al passo le rotazioni degli impalcati dei diversi piani ai valori ottenuti al punto due, scalati mediante un coefficiente pari al rapporto fra lo spostamento corrente del punto di controllo e lo spostamento target.
5. Ottenuta la nuova curva di capacità, Taglio alla base-Spostamento del baricentro delle masse dell'ultimo impalcato, calcolare nuovamente la domanda.
6. Valutare i valori degli spostamenti ottenuti nella configurazione in cui lo spostamento del punto di controllo ha raggiunto lo spostamento di domanda (o iterare la procedura dal punto 5 se questo fosse sensibilmente più grande).
7. L'inviluppo tra gli spostamenti ottenuti al punto 6 e quelli ottenuti al punto 1 sarà la distribuzione di domanda sismica richiesta.

Attraverso questa procedura si potrà calcolare la distribuzione di domanda richiesta alla struttura in modo conservativo, evitando l'eccessiva stima per eccesso che caratterizza la tecnica proposta da Fajfar (2012), per strutture con comportamento fortemente non lineare e una "corretta distribuzione dei baricentri delle resistenze e rigidezze" (sistema bilanciato). Come indicato al punto 3, infatti, le rotazioni ottenute dall'analisi dinamica elastica vanno "corrette" attraverso la formuala [6.1] in grado di tener in conto l'influenza del

livello di non linearità della risposta e posizione del baricentro delle resistenze. I parametri utilizzati per tener conto di questi due fenomeni sono: il fattore di struttura (q) e il rapporto tra le distanze delle coordinate del baricentro delle resistenze (CV) da quello delle masse (CM) e del baricentro delle rigidezze (CR) da quello delle masse (CM) dato dal seguente rapporto $\frac{|\mathbf{y_{CV}} - \mathbf{y_{CM}}|}{|\mathbf{y_{CR}} - \mathbf{y_{CM}}|}$.

Attraverso un'estesa indagine parametrica, condotta per via numerica, si è costruito il legame funzionale tra le rotazioni elastiche e le rotazioni ottenute tramite analisi dinamica non lineare in funzione dei due parametri evidenziati prima (Fig. 6.3). Avvalendosi di questo studio si è potuto formalizzare l'espressione in Equazione [6.1] da utilizzare per correggere le rotazioni ottenute dall'analisi modale con spettro di risposta. Il coefficiente correttivo C pertanto varrà:

$$0.5 \le \mathbf{C} = \frac{|\mathbf{y_{CV}} - \mathbf{y_{CM}}|}{2|\mathbf{y_{CR}} - \mathbf{y_{CM}}|} - \frac{\mathbf{q}}{10} + 1.1 \le 1; \qquad \textbf{[6.1]}$$

In figura 6.3 è possibile visualizzare l'andamento del coefficiente correttivo al variare dei due parametri. La costruzione del grafico avvenuta per punti mostra chiaramente la grande influenza dei due parametri, evidenziando una riduzione delle rotazioni fino al 50 % di quelle elastiche per strutture con baricentro delle resistenze coincidente con il baricentro delle masse e valori del fattore di struttura q=6.

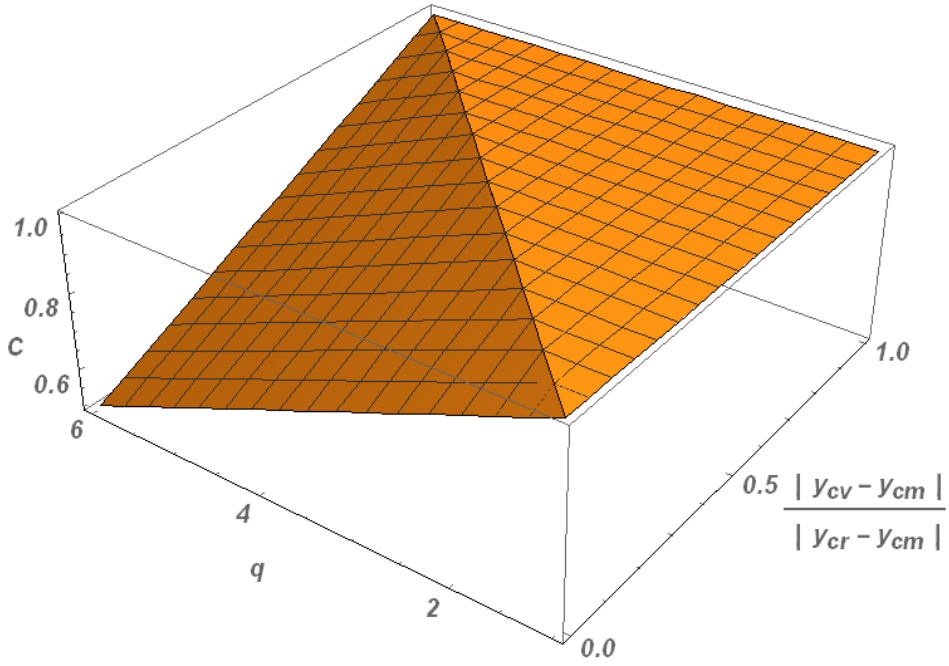


Fig. 6.3 *Andamento del coefficiente C al variare dei parametri q e* $\frac{|y_{CV} - y_{CM}|}{|y_{CR} - y_{CM}|}$

6.5 Validazione della procedura: caratteristiche dei modelli strutturali e dell'input

La procedura proposta viene validata attraverso l'analisi della risposta di tre strutture spaziali multipiano, con caratteristiche di irregolarità strutturale in elevazione ed in pianta differenti.

Il primo modello tridimensionale preso in esame (Fig.6.4), ha pianta rettangolare di lato 1050x1000 cm (Fig.6.5), ed è formato da tre telai a 6 piani regolari in altezza, la cui geometria è rappresentati in sezione in figura 6.6 e con armature di travi e pilastri riportati in Fig.6.7, identici al telaio piano analizzato nel precedente capitolo. I tre telai sono disposti in direzione x parallela a quella di ingresso del sisma, con un interasse in direzione y di 500 cm. Le travi dei telai in direzione

y hanno dimensione 30x40 cm e sono armate con 2 barre di diametro ϕ14 sia al lembo superiore sia a quello inferiore. La distribuzione dei carichi gravanti sulle travi dei tre telai orditi nella direzione dell'azione sismica, rispettivamente pari a 14.4, 33.6, 27.6 kN/m, genera un'eccentricità del baricentro delle masse rispetto a quello delle rigidezze (coincidente con quello geometrico) nella sola direzione y ortogonale a quella di ingresso del sisma, del 10% della dimensione trasversale della costruzione

I materiali utilizzati (calcestruzzo C20/25 e acciaio S400) e i modelli implementati nel codice di calcolo (Mander et al. (1988) e Martinez-Rueda and Elnashai (1997) per il calcestruzzo, modello bilineare non degradante con incrudimento cinematico per l'acciaio) sono i medesimi impiegati nel modello piano di Fig.5.1-5.3.



Fig. 6.4. *Geometria del telaio tridimensionale irregolare planimetricamente*

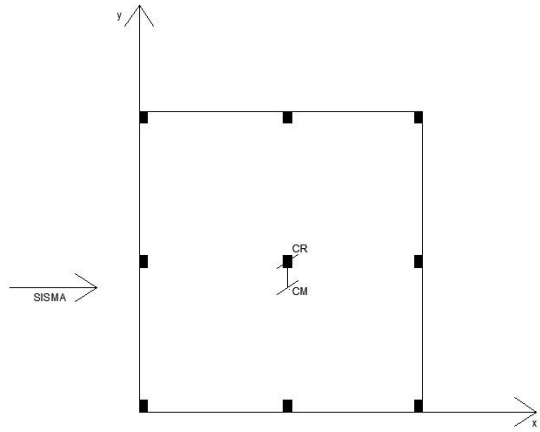


Fig. 6.5. *Eccentricità baricentro masse-rigidezze*

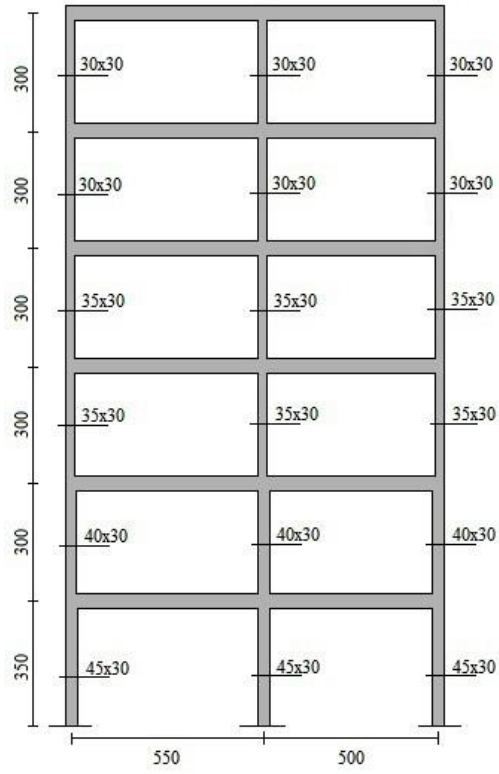


Fig. 6.6. *Caratteristiche geometriche dei telai disposti in direzione x*

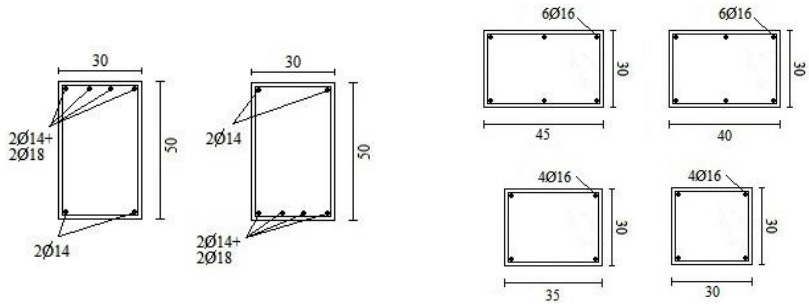


Fig. 6.7 *Caratteristiche geometriche, armatura delle travi e dei pilastrii*

Per quanto riguarda la modellazione dell'input per la valutazione del benchmark attraverso l'ADNL, si sono utilizzati accelerogrammi spettro-compatibili artificiali generati come campioni di un processo pseudo-stazionario, in cui il campione generato con caratteristiche stazionarie, viene successivamente modulato in ampiezza nel tempo mediante la funzione di Jennings descritta al capitolo 3.

Per la generazione degli accelerogrammi è stato assunto lo stesso spettro di riferimento utilizzato nel capitolo precedente, tarato sulle caratteristiche dello spettro suggerito dalle NTC per il comune di Messina allo SLV per classe di terreno di tipo A, caratterizzata da un valore di picco dell'eccitazione a_g=0.247 g.

I risultati dell'ADNL, impiegati per verificare l'accuratezza dell'ASNL nel prevedere la domanda per un prefissato livello dell'eccitazione sismica, sono stati ottenuti valutando i valori medi dei massimi della risposta a 10 accelerogrammi.

La tecnica di generazione impiegata produce campioni dell'eccitazione sismica che inducono riposte dotate di una modesta variabilità. Per evidenziare tale circostanza, in Fig. 6.8 sono mostrate per la struttura analizzata, le curve degli spostamenti del baricentro delle masse di ogni piano ottenute con riferimento ai valori medi delle risposte ai 10 campioni, e la curva relativa alla somma dei valori medi

e della deviazione standard. La figura mostra che la variabilità è estremamente contenuta. Nella Fig. 6.9 sono riportate le omologhe curve per valore medio di picco dell'accelerazione sismica corrispondente alla rottura della struttura (a_g=0.407 g); anche in questo caso, in cui le risposte sono caratterizzate da un comportamento fortemente non lineare, la tecnica di generazione conduce ad ottenere campioni dell'eccitazione sismica che producono risposte caratterizzate da una ridotta variabilità.

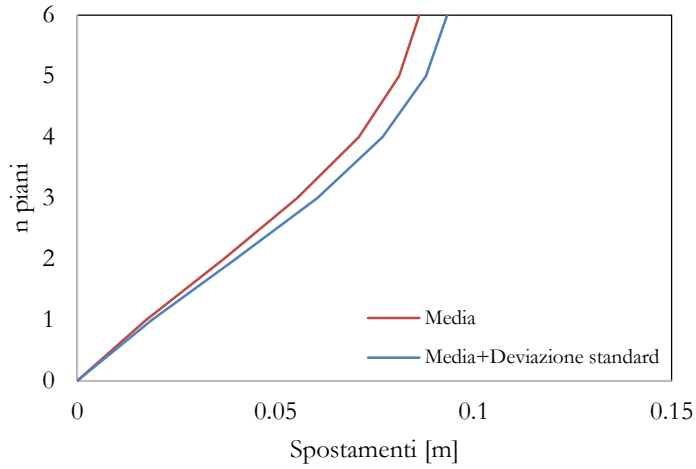


Fig. 6.8. *Spostamenti medi ADNL e spostamenti medi + deviazione standard per ag=0.247g*

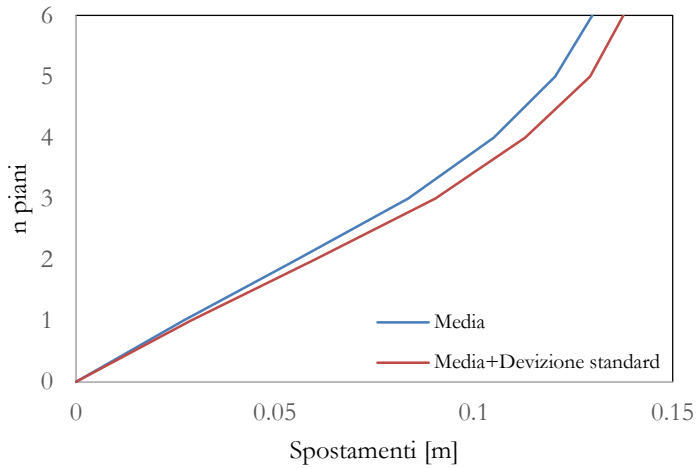


Fig. 6.9. *Spostamenti medi ADNL e spostamenti medi + deviazione standard ag=0.407g*

La seconda struttura analizzata (Fig.6.10), invece, irregolare sia in pianta che in altezza è stata costruita attraverso la ripetizione lungo l'asse x, ogni 4 metri, del telaio bidimensionale irregolare in altezza analizzato nel precedente capitolo al paragrafo 5.2, in cui sono stati ruotati di 90 gradi i pilastri ad ascissa y=0, ottenendo la configurazione in pianta al primo piano rappresentata (con scala delle sezioni dei pilastri alterata) in Fig.6.10b. In questo secondo caso le travi in direzione x hanno dimensione 30x40 cm e sono armate con 2 barre di diametro ϕ14 sia al lembo superiore sia a quello inferiore. La struttura in pianta mostra eccentricità variabili tra baricentro delle masse e delle rigidezze ai vari piani. Nello specifico i valori, rapportati in percentuale alla dimensione dell'edificio perpendicolare all'ingresso del sisma, sono: al primo piano circa il 15 %, al secondo circa il 10%,

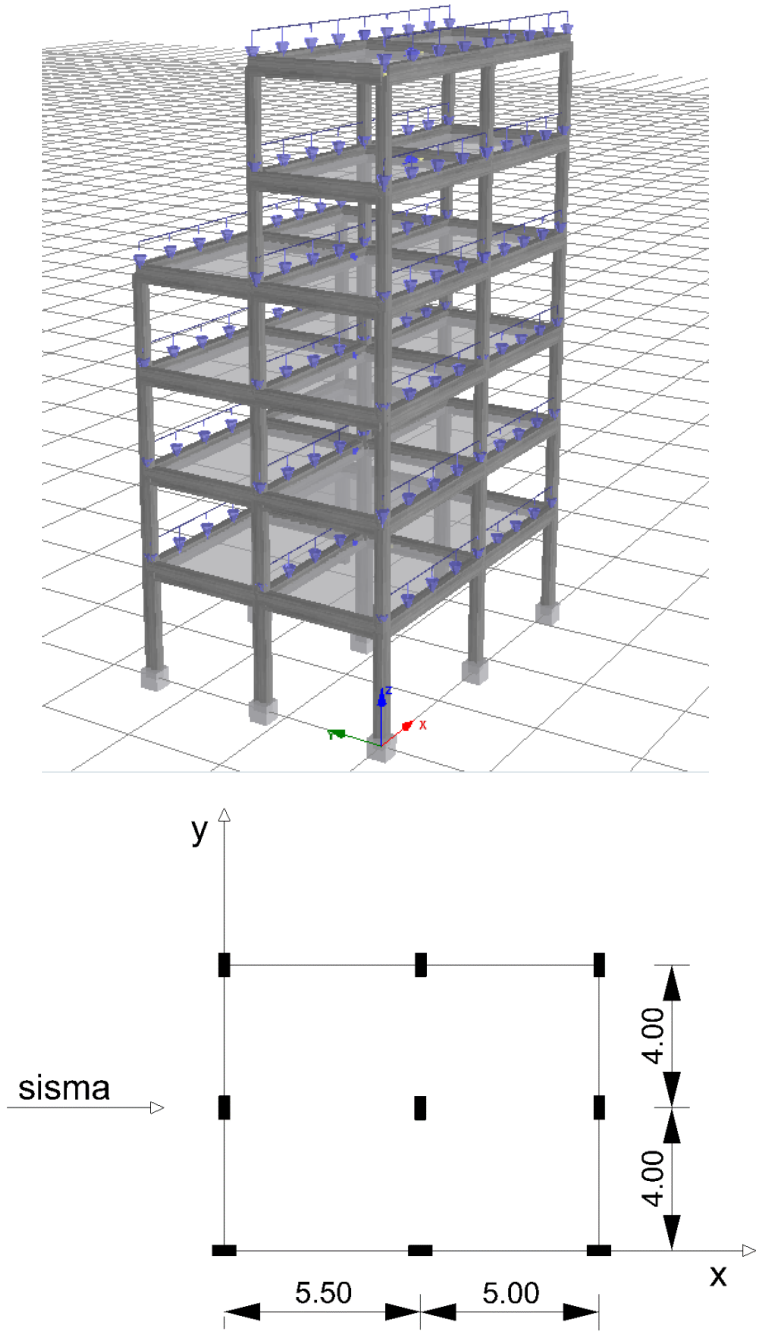


Fig. 6.10. a) *Geometria del secondo modello analizzato b) Pianta*

al terzo e quarto il 5% e nulla negli ultimi due livelli. Le coordinate dei baricentri lungo l'asse y delle masse (CM), delle rigidezze (CR) e delle resistenze (CV) sono visualizzate nella tabella 6.4. L'input in questo secondo caso, è stato modulato sempre attraverso parametri spettrali, nello specifico a_g=0.4 g, F_0= 2.46 e T_c^*=0.404 con terreno classe A e caratteristiche topografiche T1. Questo input porta a esibire al modello un fattore di struttura q pari a 3.3.

COORDINATE Y [M]	CM	CR	CV
LIVELLO 1	4.00	2.87	2.82
LIVELLO 2	4.00	3.21	3.00
LIVELLO 3-4	4.00	3.58	3.79
LIVELLO 5-6	2.00	2.00	2.00

Tab. 6.4 *Coordinate lungo l'asse y dei baricentri delle masse, rigidezze e resistenze.*

L'ultimo edifico utilizzato in queste analisi numeriche (Fig. 6.11) è stato progettato per ottenere nella risposta una grande influenza dei modi superiori di vibrare, soprattutto quelli rotazionali. In questa struttura, infatti, si sono concentrati i telai maggiormente deformabili nella porzione di edificio alta sei livelli, e quelli più rigidi nella parte del modello più basso (4 piani) con interasse tra i telai minore che tra quelli deformabili. Questo ha consentito di ottenere grandi eccentricità in tutti i piani della struttura, ma questa volta grande contributo del primo modo torsionale allo spostamento lungo l'asse x per i diversi telai. I valori delle eccentricità, rapportati in percentuale alla dimensione dell'edificio perpendicolare all'ingresso del sisma, sono: al primo piano il 16.6 %, al secondo 13.5%, al terzo e quarto 9.25% e nulla negli ultimi due livelli. Le coordinate dei baricentri

lungo l'asse y delle masse (CM), delle rigidezze (CR) e delle resistenze (CV) sono visualizzate nella tabella 6.5

COORDINATE Y [m]	CM	CR	CV
LIVELLO 1	6.00	8.00	5.91
LIVELLO 2	6.00	7.62	5.91
LIVELLO 3-4	6.00	7.11	5.93
LIVELLO 5-6	2.50	2.50	2.50

Tab. 6.5 *Coordinate lungo l'asse y dei baricentri delle masse, rigidezze e resistenze.*

Le caratteristiche dei pilastri sono evidenziate nella tabella 6.6. Le travi dei telai principali (lungo l'asse x) sono state progettate con dimensioni 30x50 cm e 2Φ14+ 2Φ18 in zona tesa e 2Φ14 in zona compressa. Le travi di collegamento dei telai principali, invece, (lungo l'asse y) sezione 30x40 e 2Φ14 sia superiormente che inferiormente. L'input in questo modello è tarato con gli stessi parametri utilizzati nel secondo esempio, soltanto che questa volta porta la struttura ad esibire un fattore di struttura leggermente più alto, nello specifico q=3.5.

	DIMENSIONE PILASTRI [cm]	ARMATURA SUPERIORE	ARMATURA INFERIORE
LIVELLO 1 (INERZIA FORTE ASSE X)	30x45	3Φ14	3Φ14
LIVELLO 2 (INERZIA FORTE ASSE X)	30x40	3Φ14	3Φ14
LIVELLO 3-4 (INERZIA FORTE ASSE X)	30x35	3Φ14	3Φ14
LIVELLO 5-6	30x30	2Φ14	2Φ14
LIVELLO 1 (INERZIA FORTE ASSE Y)	45x30	2Φ26	2Φ26
LIVELLO 2 (INERZIA FORTE ASSE Y)	40x30	2Φ24	2Φ24
LIVELLO 3-4 (INERZIA FORTE ASSE Y)	35x30	2Φ22	2Φ22

Tab. 6.6 *Caratteristiche dei pilastri del terzo modello.*

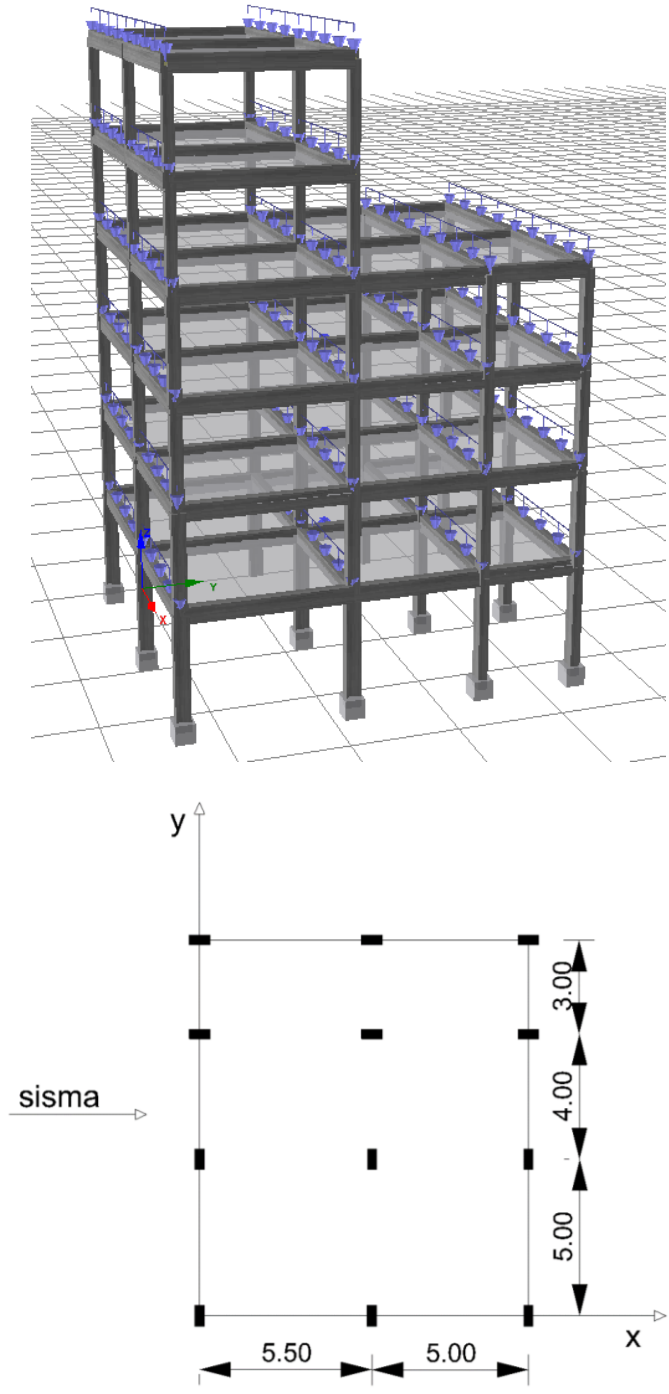


Fig. 6.11. a) *Geometria del terzo modello analizzato b) Pianta*

6.6 Considerazioni preliminari sulla risposta dinamica non lineare delle strutture.

Per la validazione della procedura proposta sono state effettuate 30 analisi dinamiche non lineari Time History, considerando 10 campioni dell'eccitazione sismica per ciascuna delle tre strutture analizzate. Le risposte rappresenteranno il benchmark su cui verrà in seguito confrontata l'efficacia delle tecniche di analisi statica non lineare analizzate. Le tre strutture rappresentano tre comportamenti strutturali diversi. La prima regolare in altezza, è caratterizzata da una debole irregolarità in pianta, dotata di una eccentricità fra baricentro delle masse CM e delle rigidezze CR lungo l'asse x del 10% per tutti i livelli della struttura.

La seconda, invece, esibisce un comportamento irregolare sia in piante che in altezza, presentando una particolarità di rilievo; infatti pur presentando eccentricità CM-CR diverse in tutti i livelli della struttura, questa si estende per tutta l'altezza soltanto dal lato del baricentro delle rigidezze mostrando un particolare comportamento strutturale con spostamenti spesso maggiori dal lato "rigido" della struttura. La terza ed ultima è caratterizzata da grandi valori di eccentricità in tutti i livelli della struttura, irregolarità planimetriche e la continuazione per tutta l'altezza dell'edificio dei telai dalla parte del baricentro delle masse, aumentando in maniera molto significativa l'influenza dei modi superiori caratterizzati da grandi rotazioni degli impalcati

Va preliminarmente ricordato che il comportamento di una struttura tridimensionale irregolare, può essere studiato attraverso il profilo di

spostamenti (e conseguenti drift) di alcuni punti particolari. In particolare, per avere un quadro esaustivo della risposta plano-altimetrica è necessario monitorare gli spostamenti del baricentro delle masse CM, gli spostamenti (e drift) del telaio più esterno sia dal lato del baricentro delle masse (che in letteratura viene indicato come lato flessibile FLE), dal lato del baricentro delle rigidezze (indicato generalmente con lato rigido RIG)

I risultati ottenuti, attraverso le analisi time history effettuate sui tre modelli, e il loro confronto con la previsione della risposta ottenuta mediante analisi dinamica lineare con spettro di risposta e analisi statica non lineare N2 con profilo di carico basato sulla prima forma modale, consentono di fare alcune considerazioni relative alla contemporaneità fra i valori dei diversi parametri di risposta, ed in particolare spostamenti massimi di punti della struttura e valori delle rotazioni di piano.

Nel seguito, per brevità, verranno preliminarmente mostrati soltanto alcuni risultati relativi al primo modello (Tabelle 6.7-6.14), ma le tendenze sono state, con un certo grado di tolleranza, confermate anche dalle risposte ottenute per gli altri due modelli.

In tab. 6.7 sono inizialmente mostrati i valori medi per le 10 analisi, della rotazione di piano ROT (rotazioni di piano [rad]), e dei valori degli spostamenti del telaio dal lato rigido RIG, del baricentro delle masse BM, e dello spostamento del telaio dal lato flessibile della struttura FLE, per ogni piano all'istante in cui si attingono i valori massimi delle rotazioni di piano. Così, la seconda colonne della Tab.6.7 rappresenterà le rotazioni massime di piano.

Analogamente, nelle successive Tab 6.8, 6.9 e 6.10 sono mostrati i valori degli stessi parametri di risposta, negli istanti in cui si attingono

i valori massimi degli spostamenti di piano del telaio dal lato rigido in Tab.6.8, negli istanti in cui si attingono i valori massimi dello spostamento di piani dei baricentri del piano in Tab.6.9, e negli istanti in cui si attingono i valori massimi degli spostamenti di piano dei telai dal lato flessibile in Tab. 6.10. Per una più immediata analisi dei risultati, in Tab. 6.11 sono riportati i rapporti tra le rotazioni massime di piano e quelle raggiunte negli istanti in cui si attinge, ad ogni piano rispettivamente, lo spostamento massimo dal lato rigido, del baricentro delle masse e dal lato flessibile. Analogamente, in Tab. 6.12 sono riportati i rapporti tra gli spostamenti del lato rigido, del centro di massa CM e dal lato flessibile nell'istante in cui si raggiunge la rotazione massima e, sempre rispettivamente, lo spostamento massimo dal lato rigido, del baricentro delle masse e dal lato flessibile Infine, per un confronto con i valori previsti dall'analisi dinamica lineare (DL) con spettro di risposta, e dall'analisi statica non lineare (ASNL) convenzionale, in Tab. 6.13 sono riportate le Rotazioni ottenute attraverso l'analisi dinamica lineare (ROT_DL) e attraverso l'analisi statica non lineare (ROT_ASNL) e loro rapporti con le rotazioni massime ottenute attraverso l'analisi dinamica non lineare, e in Tab.6.14 sono riportati i rapporti tra le rotazioni ottenute nell'istante in cui si raggiunge lo spostamento massimo dal lato flessibile e le rotazioni ottenute, rispettivamente, dall'analisi dinamica lineare e dall'analisi statica non lineare.

Le rotazioni massime ottenute dall'analisi statica non lineare risultano considerevolmente più piccole di quelle massime attenute attraverso l'analisi dinamica non lineare, anche se vicine, ma ancora più piccole, a quelle ottenute nell'istante in cui si è raggiunto il massimo spostamento dal lato flessibile. Si nota, anche, che le rotazioni attinte

nei momenti in cui sono stati raggiunti gli spostamenti massimi del baricentro delle masse e dei telai dal lato rigido e dal lato flessibile e le massime assolute sono abbastanza differenti (il loro rapporto varia tra 5% e il 70%). Per quanto riguarda gli spostamenti, invece, il rapporto tra i massimi assoluti e quelli attinti nell'istante in cui si è raggiunta la massima rotazione è più basso, variando tra il 50% e l'85%. Le rotazioni ottenute attraverso analisi dinamica lineare, di contro, sovrastimano abbondantemente in tutti i piani, soprattutto se confrontate con le rotazioni ottenute nell'istante in cui è stato raggiunto lo spostamento massimo dal lato flessibile.

	ROT	RIG	CM	FLE
PIANO 6	0.003034	0.089768	0.106735	0.116817
PIANO 5	0.002764	0.087712	0.103762	0.114135
PIANO 4	0.002217	0.068486	0.082052	0.090279
PIANO 3	0.001792	0.048312	0.058819	0.064617
PIANO 2	0.001181	0.049459	0.057582	0.061469
PIANO 1	0.000569	0.050297	0.053716	0.054169

Tab. 6.7 *Valori medi degli spostamenti quando si raggiunge la massima rotazione di piano ROT(rotazioni di piano [rad]), RIG(spostamento [m] del telaio dal lato rigido), CM(spostamento [m] del baricentro delle masse), FLE(spostamento [m] del telaio dal lato flessibile).*

	ROT	RIG	CM	FLE
PIANO 6	0.000840	0.125885	0.130145	0.132344
PIANO 5	0.000884	0.120933	0.124701	0.126694
PIANO 4	0.000523	0.115435	0.119116	0.120620
PIANO 3	0.000282	0.109579	0.111335	0.111085
PIANO 2	0.000207	0.104510	0.104953	0.104221
PIANO 1	-0.000026	0.099397	0.099524	0.098347

Tab. 6.8 *Valori medi degli spostamenti quando si raggiunge il massimo spostamento dal lato rigido ROT(rotazioni di piano [rad]), RIG(spostamento [m] del telaio dal lato rigido), BM(spostamento [m] del baricentro delle masse), FLE(spostamento [m] del telaio dal lato flessibile).*

	ROT	RIG	CM	FLE
PIANO 6	0.001314	0.124047	0.131177	0.135421
PIANO 5	0.001251	0.119828	0.125980	0.129629
PIANO 4	0.000796	0.114485	0.119939	0.122588
PIANO 3	0.000646	0.108682	0.112613	0.114072
PIANO 2	0.000299	0.104107	0.105800	0.105913
PIANO 1	-0.000010	0.099333	0.099578	0.098476

Tab. 6.9 *Valori medi degli spostamenti quando si raggiunge il massimo spostamento del baricentro delle masse. ROT(rotazioni di piano [rad]), RIG(spostamento [m] del telaio dal lato rigido), CM(spostamento [m] del baricentro delle masse), FLE(spostamento [m] del telaio dal lato flessibile).*

	ROT	RIG	CM	FLE
PIANO 6	0.001947	0.117127	0.129477	0.137411
PIANO 5	0.001940	0.112970	0.123817	0.130628
PIANO 4	0.000956	0.113204	0.119657	0.123062
PIANO 3	0.000737	0.107930	0.112433	0.114283
PIANO 2	0.000423	0.102812	0.105346	0.106047
PIANO 1	0.000061	0.098585	0.099399	0.098689

Tab. 6.10 *Valori medi degli spostamenti quando si raggiunge il massimo spostamento dal lato flessibile. ROT(rotazioni di piano [rad]), RIG(spostamento [m] del telaio dal lato rigido), CM(spostamento [m] del baricentro delle masse), FLE(spostamento [m] del telaio dal lato flessibile).*

	ROT-RIG/ROTMAX	ROT-CM/ROTMAX	ROT-FLE/ROTMAX
PIANO 6	0.28	0.43	0.64
PIANO 5	0.32	0.45	0.70
PIANO 4	0.24	0.36	0.43
PIANO 3	0.16	0.36	0.41
PIANO 2	0.18	0.25	0.36
PIANO 1	-0.05	-0.02	0.11

Tab. 6.11 *Rapporti tra le rotazione massime e quelle raggiunte nell'istante in cui si attinge, rispettivamente, lo spostamento massimo dal lato rigido, del baricentro delle masse e dal lato flessibile.*

	RIG-RMAX/RIGMAX	CM-RMAX/BMMAX	FLE-RMAX/FLEMAX
PIANO 6	0.713101	0.813668	0.850133
PIANO 5	0.725296	0.823643	0.873744
PIANO 4	0.593289	0.684111	0.733609
PIANO 3	0.440888	0.522309	0.565410
PIANO 2	0.473248	0.544252	0.579634
PIANO 1	0.506020	0.539435	0.548887

Tab. 6.12 *Rapporti tra gli spostamenti del lato rigido, BM e lato flessibile nell'istante in cui si raggiunge la rotazione massima e, sempre rispettivamente, lo spostamento massimo dal lato rigido, del baricentro delle masse e dal lato flessibile.*

	ROT_DL	ROT_DL/ ROT_MAX	ROT_ASNL	ROT_ASNL/ ROT_MAX
PIANO 6	0.005144	1.695607	0.002061	0.679222
PIANO 5	0.00448	1.620612	0.001923	0.695532
PIANO 4	0.003421	1.543281	0.001611	0.726962
PIANO 3	0.002404	1.341245	0.001235	0.689146
PIANO 2	0.001429	1.209891	0.000845	0.71525
PIANO 1	0.000619	1.087583	0.000315	0.554175

Tab. 6.13 *Rotazioni ottenute attraverlo l'analisi dinamica lineare (ROT_DL) e attraverso l'analisi statica non lineare (ROT_ASNL) e loro rapporti con le rotazioni massime ottenute attraverso l'analisi dinamica non lineare.*

	ROT/ ROT_DL	ROT/ ROT_ASNL
PIANO 6	0.378576	0.945076
PIANO 5	0.433055	1.009033
PIANO 4	0.279322	0.592978
PIANO 3	0.306416	0.59636
PIANO 2	0.296273	0.501165
PIANO 1	0.099270	0.194819

Tab. 6.14 *Rapporto tra le rotazioni ottenute nell'istante in cui si raggiunge lo spostamento massimo dal lato flessibile e le rotazioni ottenute, rispettivamente, dall'analisi dinamica lineare e dall'analisi statica non lineare.*

6.7 Confronto fra le tecniche di analisi statica non lineare

In tutte le analisi statiche non lineari effettuate il profilo di carico è applicato nei rispettivi baricentri delle masse di ogni piano.

Le tecniche utilizzate sono state: analisi Pushover secondo normativa italiana con forma del profilo di carico basata sul primo modo [NTCMOD], analisi statica non lineare adattiva con profilo di carico basato sulle forze [ADATMOD], analisi adattiva multimodale basta sugli spostamenti [DAP] (Pinho 2004), modal pushover analysis [MPA] (Chopra 2005), N2 Extended [N2_Extended] (Fajfar 2013), e le due analisi proposte, MPA modificata tramite i coefficienti di correlazione non lineare [MOMPA], e la tecnica presentata in questo capitolo [NLSA3D]. Queste verranno confrontate con i valori medi della risposta ottenute dalle 10 Time History [ADNL].

Vengono monitorati gli spostamenti del baricentro delle masse, gli spostamenti (e drift) del telaio più esterno sia dal lato del baricentro delle masse (T1BM) che dal lato del baricentro delle rigidezze (T2BR).

La simbologia differisce con gli acronimi utilizzati precedentemente perchè la terminologia utilizzata in letteratura, ed impiegata nel paragrafo precedente, darebbe luogo a disguidi, come sarà meglio precisato nel seguito.

Nei paragrafi successivi verranno confrontati le previsioni fornite dai diversi tipi di analisi separatamente per struttura e per punto di controllo della risposta.

6.8 Risultati Modello 1 punti di controllo baricentri delle masse

In questo paragrafo vengono presentati i risultati delle analisi svolte sul telaio tridimensionale non regolare soltanto in pianta. Vengono - confrontate le previsioni di spostamenti e drift fornite dall'ASNL e dall'ADNL per i baricentri delle masse ai diversi piani della struttura, rappresentate nelle Figure 6.12 e 6.13. È possibile osservare che tutte le tecniche proposte tendono a sovrastimare la domanda di spostamento in testa e i drift ai piani bassi ma non tutte stimano correttamente o sovrastimano ai piani alti. La MPA, la MOMPA e la DAP sono buone tecniche nel predire il comportamento della struttura, infatti, riescono a rimanere in quasi tutti i livelli abbastanza vicine alla risposta dell'ADNL pur non sottostimando in alcun caso. Questo si può osservare in particolare nei drift dei piani alti calcolati attraverso la MOMPA. La tecnica che riesce a seguire, però, più da vicino il comportamento dell'analisi dinamica non lineare risulta quella proposta (NLSA3D), la cui previsione è caratterizzata da una leggerissima sottostima al quarto e quinto livello. In questo esempio risulta essere chiara l'importanza delle procedure multimodali e della influenza della modalità di applicazione della tecnica di combinazione modale dei contributi delle risposte nella procedura MOMPA. Infatti ai piani alti soltanto le tecniche multimodali riescono a restituire dei risultati accurati, e tra queste quella che utilizza i coefficienti di correlazione non lineare è quella che si avvicina maggiormente ai risultati dell'ADNL. La DAP pur esibendo una grande accuratezza in quasi tutti i piani nel riprodurre i risultati dell'analisi dinamica non lineare, sovrastima eccessivamente il drift al primo livello. Nello specifico pur avendo carattere multimodale sia la MPA che la DAP,

forniscono risultati molto differenti (profilo drift), perché le due tecniche concettualmente differenti possono condurre ad un evolversi della risposta, con previsione della distribuzione delle plasticizzazioni della struttura totalmente diverse. La procedura proposta da Chopra sviluppa delle analisi in parallelo, con profili di carico proporzionali ai relativi termini dell'espansioni modale delle azioni sismiche. Queste analisi evolvendosi in parallelo non tengono conto, nel progressivo formarsi delle plasticizzazioni, dell'interazione fra di loro combinando semplicemente i contributi alla fine. Nella procedura DAP proposta da Pinho, invece, nel profilo di carico endogenamente multimodale, i modi superiori interagiscono ad ogni istante conducendo a risultati profondamente diversi rispetto alla precedente tecnica multimodale multianalisi. La DAP, in relazione a quanto appena evidenziato, conduce quasi sempre (come confermato in questo caso) ad una plasticizzazione, dei primi elementi, anticipata rispetto alla tecnica di Chopra. Nell'esempio analizzato, questi saranno raggruppati al primo livello concentrando gran parte dello spostamento complessivo nel drift di primo livello. La N2 Extended, invece, esibisce una buona previsione pur sovrastimando notevolmente la risposta in tutti i livelli escluso l'ultimo.

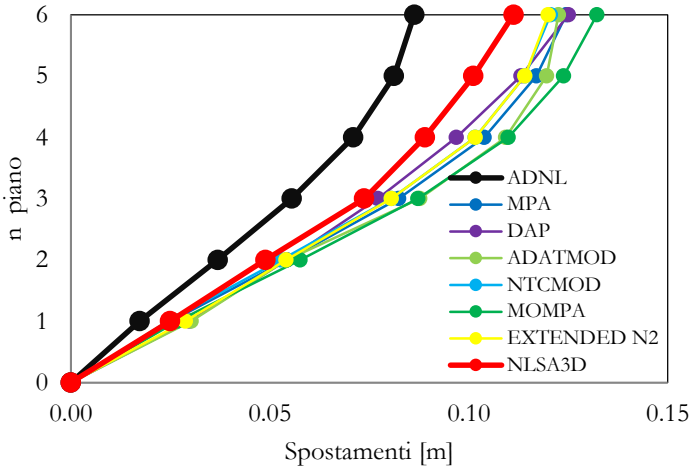


Fig. 6.12 *Spostamenti massimi baricentri delle masse*

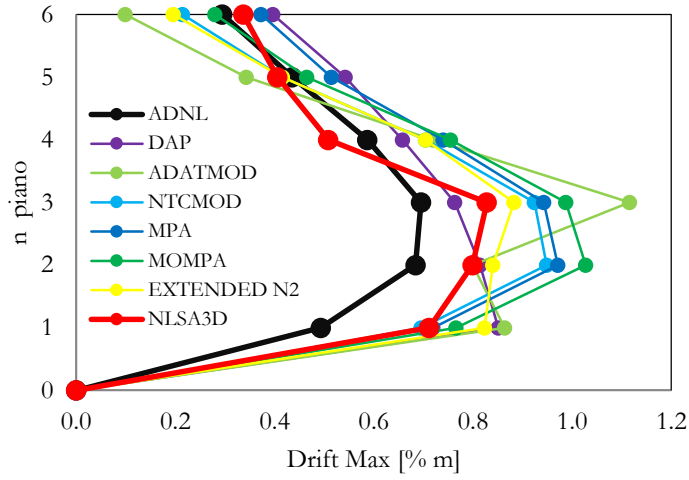


Fig. 6.13 *Drift massimi baricentri delle masse*

6.9 Risultati Modello 1 punti di controllo telaio T1BM

Analizzando il comportamento strutturale del telaio tridimensionale dal lato deformabile (T1BM) si nota che tutte le procedure sovrastimano la domanda di spostamento in testa (fig. 6.14), analogamente a quanto accadeva con i baricentri delle masse di ogni piano. Anche in questo caso la tecnica MOMPA riesce a garantire un'ottima previsione dei drift nei piani alti della struttura, esibendo, invece, un eccessivo margine di sicurezza ai piani inferiori (fig. 6.15). Questa volta la migliore performance ai livelli inferiori è fornita dalla DAP. Come visto nel secondo capitolo la previsione del comportamento del lato flessibile di strutture non troppo rigide torsionalmente risulta in genere più complessa rispetto alla previsione degli spostamenti del baricentro delle masse. Delle tecniche proposte, infatti, soltanto la NLSA3D e la DAP riescono a seguire da vicino il comportamento dell'ADNL in tutti i piani, quindi nel complesso le procedure più adatte a descrivere il comportamento strutturale si sono rivelate le multimodali pur sovrastimando eccessivamente i drift dei piani inferiori, sottolineando l'importanza dei modi superiori nel cogliere la risposta strutturale di edifici non regolari in pianta. Come nel caso dei baricentri delle masse, la N2 Extended riesce a cogliere il comportamento strutturale pagando però, ancor più del caso precedente, una grande sovrastima dei drift ai piani bassi del telaio.

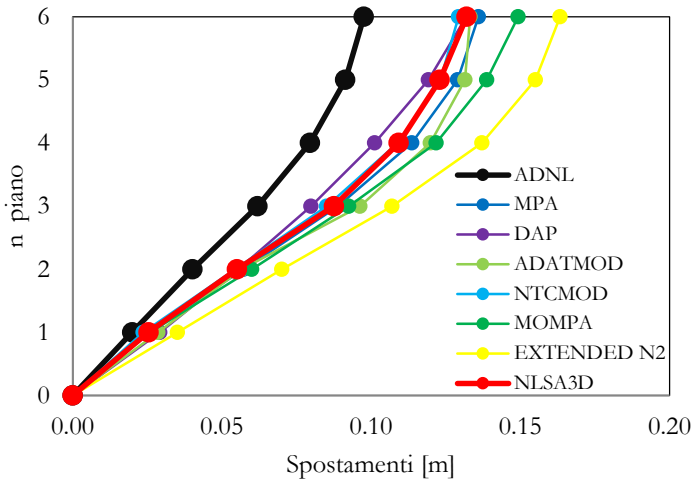


Fig. 6.14 *Spostamenti massimi T1BM*

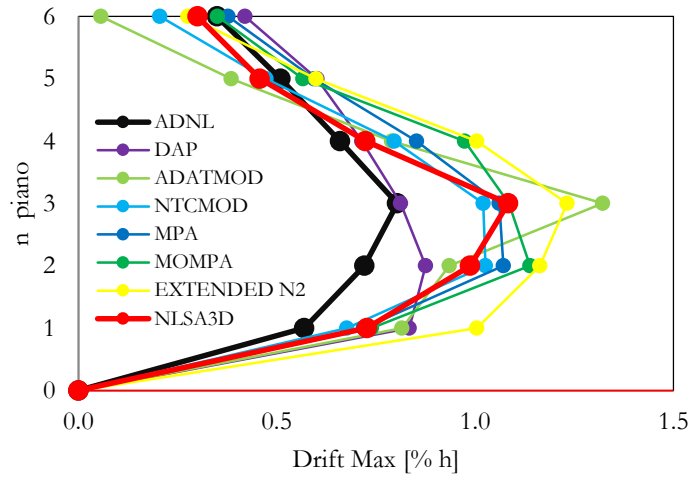


Fig. 6.15 *Drift massimi T1BM*

6.10 Risultati Modello 1 punti di controllo telaio T2BR

Come visto nel secondo capitolo, la porzione di struttura di cui è più complesso prevedere il profilo di spostamenti lungo l'altezza è quella relativa al telaio più esterno dal lato rigido. In questo caso sia la MOMPA che la NLSA3D mostrano una grande capacità previsionale, migliorando notevolmente la stima sia dello spostamento in testa (Fig. 6.16) che del profilo di drift (Fig. 6.17) risultando le tecniche più adatte a descrivere il comportamento strutturale. Questo perché, come già evidenziato, il comportamento strutturale di edifici irregolari in pianta torsionalmente non rigidi è caratterizzato da una grande influenza dei modi superiori e da valori simili tra le prime frequenze traslazionali e torsionali; pertanto può essere correttamente interpretato solamente attraverso un'analisi multimodale che riesca a combinare e pesare nella maniera più corretta possibile i vari contributi modali, oppure attraverso la corretta interpretazione delle rotazioni di piano ricavate dall'analisi dinamica lineare. Tutte le altre tecniche sovrastimano eccessivamente lo spostamento in testa. Per quanto riguarda l'andamento dei drift lungo l'altezza, invece, le uniche tecniche, oltre le già citate MOMPA e NLSA3D, che riescono a prevedere il comportamento con una certa accuratezza sono la DAP e la MPA, anche esse multimodali. La MPA sovrastima eccessivamente in quasi tutti i livelli, anche se maggiormente ai piani bassi. La DAP invece grazie al suo carattere multimodale e capacità di valutare le possibili formazione delle cerniere plastiche tenendo in conto contemporaneamente i contributi

dei diversi modi, riesce a comportarsi discretamente bene in quasi tutti i livelli sovrastimando leggermente in maniera generalizzata, come, del resto, la N2 Extended.

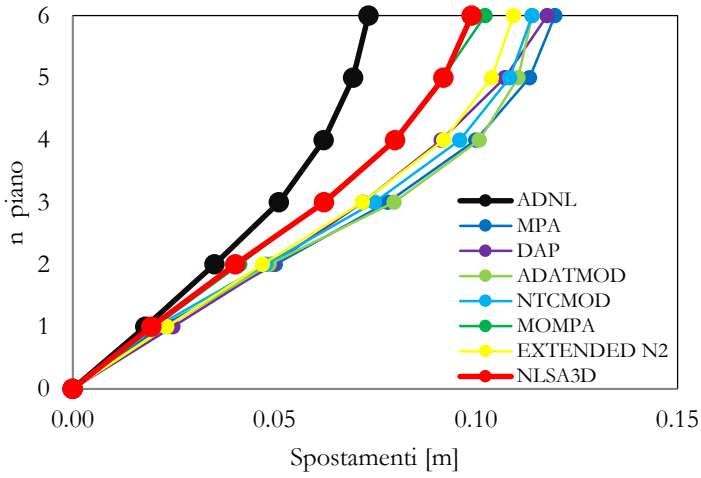


Fig. 6.16 *Spostamenti massimi T2BR*

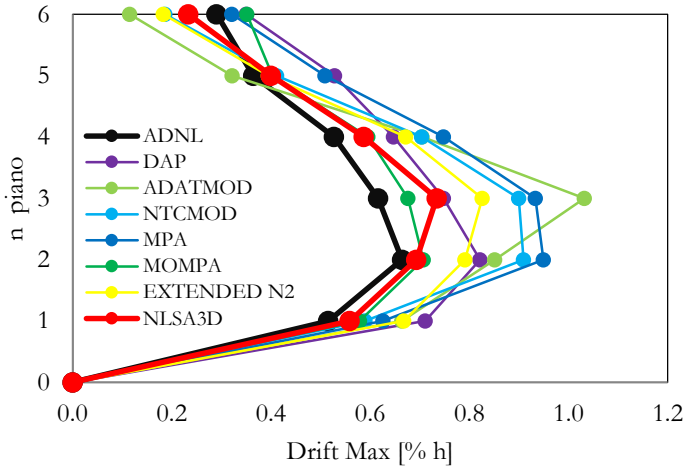


Fig. 6.17 *Drift massimi T2BR*

6.11 Risultati Modello 2 punti di controllo baricentri delle masse

Il secondo modello è stato concepito per mettere in evidenza un fenomeno particolare, cioè ottenere, spesso, spostamenti e drift maggiori del telaio più esterno dal lato del baricentro delle rigidezze. Questo è ottenuto facendo continuare per tutta l'altezza dell'edificio soltanto i telai dalla parte del baricentro delle rigidezze dei piani inferiori, aumentando gli spostamenti di questa parte della struttura. Attraverso l'analisi delle Figure 6.18 e 6.19 è possibile osservare che tutte le tecniche proposte non riescono a cogliere l'andamento dei drift lungo l'altezza ad eccezione della NLSA3D. Questa nuovo procedura riesce a cogliere perfettamente l'andamento dei drift della Time History rimanendo sempre vicina ai suoi valori, sottostimando leggermente solamente il drift del primo livello. Tutte le altre tecniche multimodali, in questo caso, falliscono la loro previsione. Questo fenomeno è dovuto al ridotto contributo dei modi superiori. Infatti pur essendo irregolare sia in pianta che in altezza, la particolare distribuzione delle masse nei telai che arrivano fino al sesto livello concentra gran parte della massa partecipante (>80%) nel primo modo, riducendo l'influenza del modo di vibrare prevalentemente rotazionale sugli spostamenti massimi.

Nello specifico sia la MPA che la MOMPA sottostimano ai piani bassi per poi sovrastimare notevolmente ai piani alti. La DAP in questo esempio sbaglia totalmente la stima concentrando quasi tutto lo spostamento globale della struttura nel drift di primo piano e sottostimando tutti i rimanenti. La N2 Extended riesce a dare una

buona previsione della risposta, anche se molto conservativa ai piani alti, sottostimando leggermente soltanto il drift di primo livello.

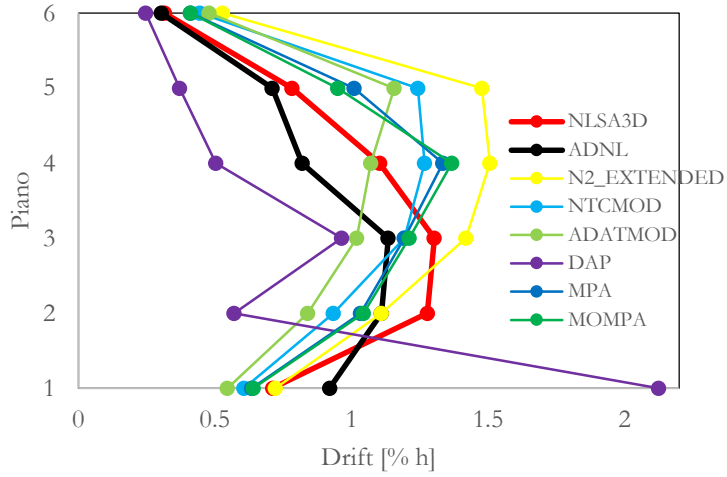


Fig. 6.18 *Drift massimi baricentri delle masse*

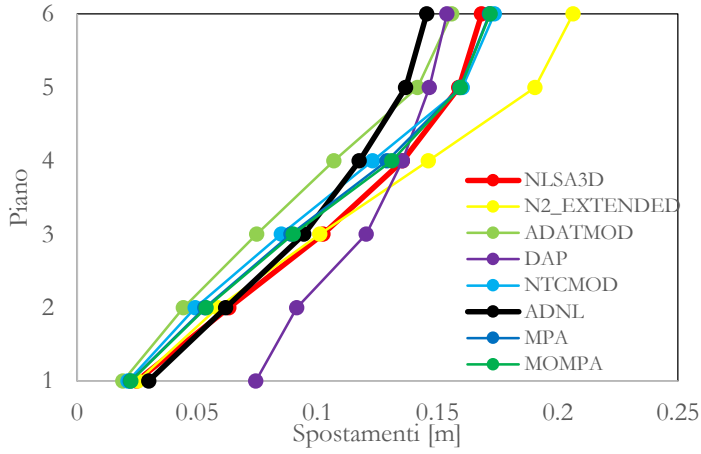


Fig. 6.19 *Spostamenti massimi baricentri delle masse*

6.12 Risultati Modello 2 punti di controllo telaio T1BM

Analizzando il comportamento strutturale del telaio tridimensionale dal lato del baricentro delle masse si nota che quasi tutte le procedure riescono a stimare in maniera sufficiente sia il profilo di spostamento che i drift di piano, ad eccezione della N2 Extended e della DAP (fig. 6.20 e 6.21). Più in dettaglio, la N2 Extended sovrastima largamente in tutti i piani i drift; prevedendo uno spostamento in testa quasi quattro volte superiore a quello stimato con l'analisi dinamica non lineare. La DAP pur stimando in maniera quasi corretta lo spostamento in testa, non riesce a leggere il profilo di drift della struttura concentrando, come per i drift dei baricentri delle masse, quasi tutto lo spostamento nel drift di primo piano. Tra tutte le altre tecniche l'unica in grado di sottostimare (leggermente) solamente al primo livello è la NLSA3D che si mantiene anche quella più vicina agli spostamenti della ADNL nei piani superiori. Le procedure rimanenti sottostimano i drift dei primi tre livelli sovrastimando poi quello dell'ultimo, garantendo grazie a questo doppio errore una stima praticamente corretta dello spostamento in testa del telaio.

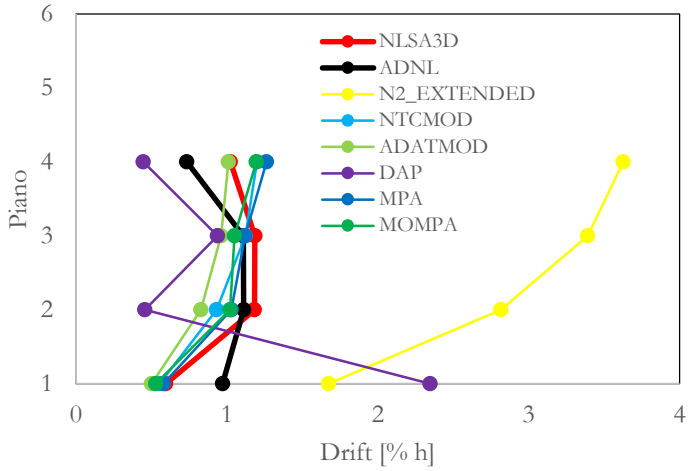


Fig. 6.20 *Drift massimi T1BM*

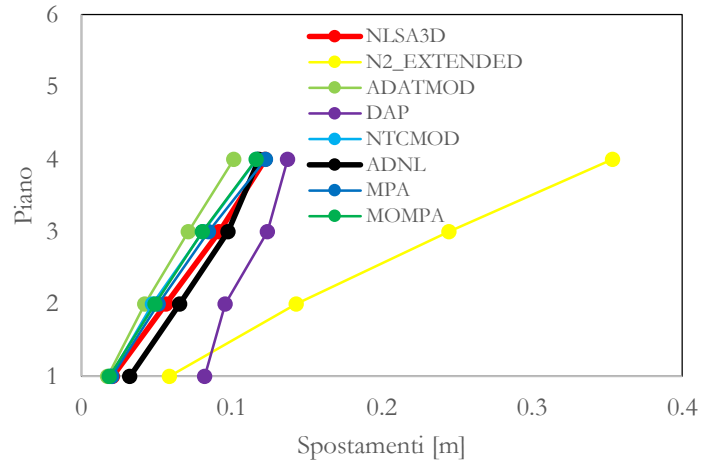


Fig. 6.21 *Spostamenti massimi T1BM*

6.13 Risultati Modello 2 punti di controllo telaio T2BR

Analizzando il comportamento del telaio più esterno posto dal lato del baricentro delle rigidezze si nota immediatamente la sovrastima di quasi tutte le procedure ai piani alti della struttura (Fig. 6.22-6.23). Fanno eccezione La NLSA3D e la DAP. La DAP come nei due casi precedenti continua a concentrare tutto lo spostamento al primo livello continuando a sottostimare i drift ai piani alti, invece, la NLSA3D anche in questo caso fornisce un'ottima stima del profilo dei drift seguendo molto da vicino ad ogni piano i risultati ottenuti con l'analisi dinamica non lineare. Le restanti procedure multimodali ed adattive non riuscendo a cogliere correttamente il comportamento strutturale ed in particolare l'entità delle rotazioni degli impalcati, pur mantenendo una discreta accuratezza nella stima dello spostamento in testa del telaio, continuano a sottostimare ai piani bassi e sovrastimare ai piani alti. Leggermente più modesta la sottostima ai piani alti fornita dalla MPA e dalla MOMPA. La N2 Extended fornisce anche in questo esempio valori assolutamente eccessivi per tutti i drift del telaio, che conducono ad una larga sovrastima dello spostamento in testa, ad eccezione di quello di primo livello.

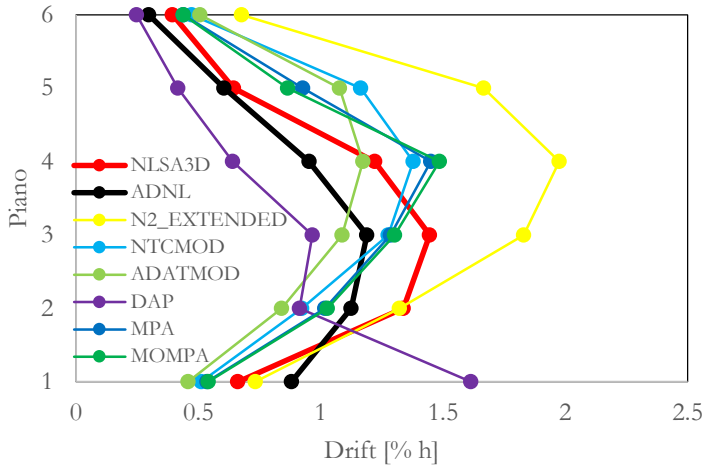


Fig. 6.22 *Drift massimi T2BR*

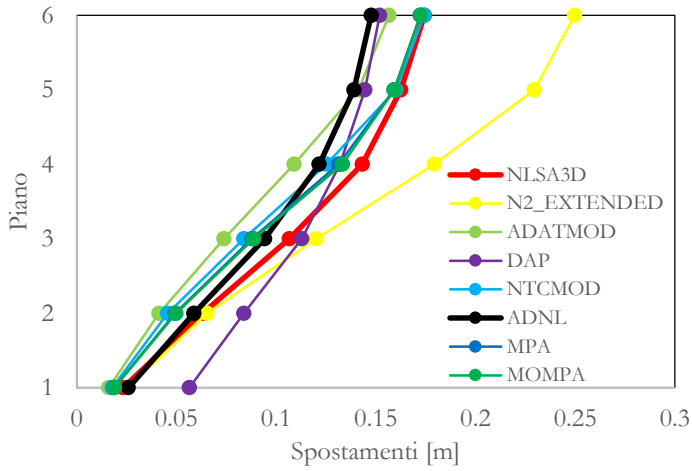


Fig. 6.23 *Spostamenti massimi T2BR*

6.14 Risultati Modello 3 punti di controllo baricentri delle masse

L'ultimo esempio analizzato è costituito da una struttura atta ad esaltare i moti torsionali. Oltre questo son presenti, anche, delle irregolarità in altezza allo scopo di dare peso ai modi superiori della struttura. Attraverso lo studio delle figure 6.24 e 6.25 è chiaro che l'unica procedura che riesce a restituire una buona stima dei valori dei drift di piano è la NLSA3D. Questa riesce a comportarsi egragiamente sia ai piani bassi, dove sovrastima leggermente, sia ai piani alti dove sottostima lievemente. Tutte le altre tecniche sottostimano o ai piani alti o a quelli bassi. La MPA e ancora meglio la MOMPA riescono a cogliere abbastanza bene i drift dei livelli bassi, quelli ai piani alti, invece, li sottostimano significativamente. La DAP, dopo la NLSA3D, risulta essere la tecnica migliore riuscendo a cogliere sia l'influenza dei modi superiori grazie al suo carattere multimodale, sia le concentrazioni di plasticizzazione ad alcuni piani grazie al suo carattere adattivo. Per la prima volta, in questo caso, la N2 Extended oltre a sovrastimare abbondantemente ai piani superiori sottostima in maniera abbastanza importante ai piani inferiori, ciò dovuto probabilmente al profilo di carico monomodale che non riesce a cogliere la corretta influenza dei modi superiori.

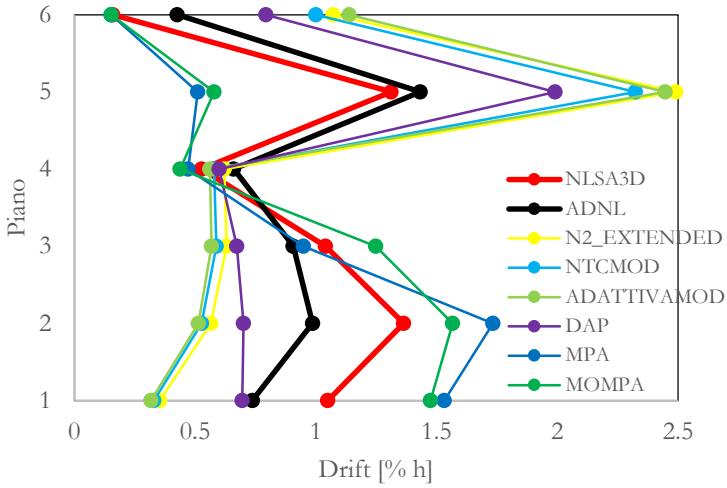


Fig. 6.24 *Drift massimi baricentri delle masse*

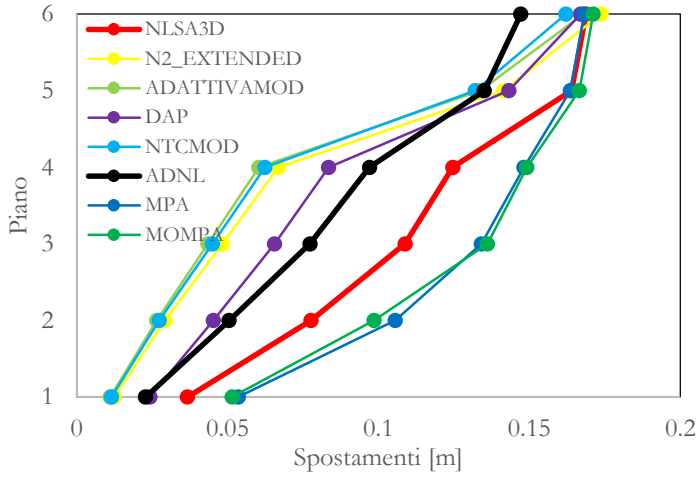


Fig. 6.25 *Spostamenti massimi baricentri delle masse*

6.15 Risultati Modello 3 punti di controllo telaio T1BM

Il comportamento strutturale del telaio dal lato deformabile di questa terza struttura è probabilmente, fra quelli analizzati, il caso che presenta la maggiore variabilità tra le risposte delle varie procedure. Anche in questo caso, come nel precedente, l'unica tecnica in grado di rappresentare il comportamento strutturale ottenuto tramite l'analisi dinamica non lineare è risultata essere la NLSA3D (Fig. 6.26-6.27). Questa ai piani bassi si attesta sullo stesso livello previsonale ottenuto con la MPA e la MOMPA (discreta sovrastima) ma ai piani alti riesce a cogliere perfettamente i drift ottenuti con la Time History. In questo telaio le tecniche adattive (DAP e ADATTIVAMOD) non riescono a cogliere assolutamente il profilo di drift, sottostimando ai piani bassi e sovrastimando, in maniera anche importante, ai piani alti evidenziando la incapacità di rappresentare l'influenza dei modi torsionali attraverso un profilo di carico, che seppur multimodale, è applicato al baricentro delle masse. Anche le tecniche multimodali, seppure stimando bene gli spostamenti e i drift ai piani bassi, cadono in difetto nella previsione degli spostamenti e drift ai piani alti, non riuscendo, anche loro, a rappresentare il contributo rotazionali dovuto ai modi superiori ai piani alti. Quest'ultimo viene fortemente sovrastimato, invece, dalla N2 Extended che però scendendo di piano sottostima sempre di più la risposta.

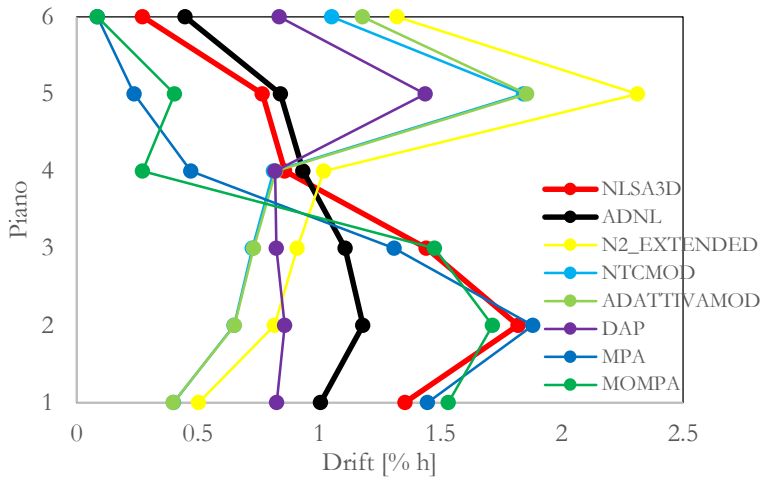


Fig. 6.26 *Drift massimi T1BM*

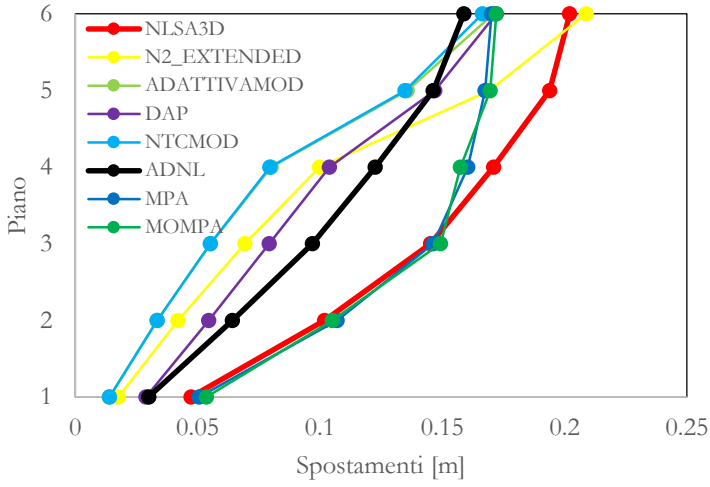


Fig. 6.27 *Spostamenti massimi T1BM*

6.16 Risultati Modello 3 punti di controllo telaio T2BR

La lettura degli spostamenti e drift del telaio dal lato rigido della struttura conferma il trend dei risultati evidenziato fino ad ora. La tecnica che riesce a stimare meglio sia il profilo degli spostamenti che il profilo dei drift risulta essere la NLSA3D (Fig. 6.28-6.29). In questo caso, però, le tecniche Multimodali (MPA e MOMPA) sovrastimano in tutti i livelli del telaio con buone approssimazioni ai piani alti e sovrastime eccessive, invece, ai piani bassi. Le adattive (DAP e ADATTIVAMOD), di contro, sottostimano in tutti i piani della struttura, raggiungendo buoni gradi di approssimazione però ai livelli alti. La N2 Extended questa volta fornisce risultati discreti, perché pur sottostimando ai piani bassi, l'errore è modesto e di contro fornisce un'ottima stima ai piani alti, fornendo uno spostamento in testa del telaio molto vicino a quello ottenuto con l'analisi dinamica non lineare.

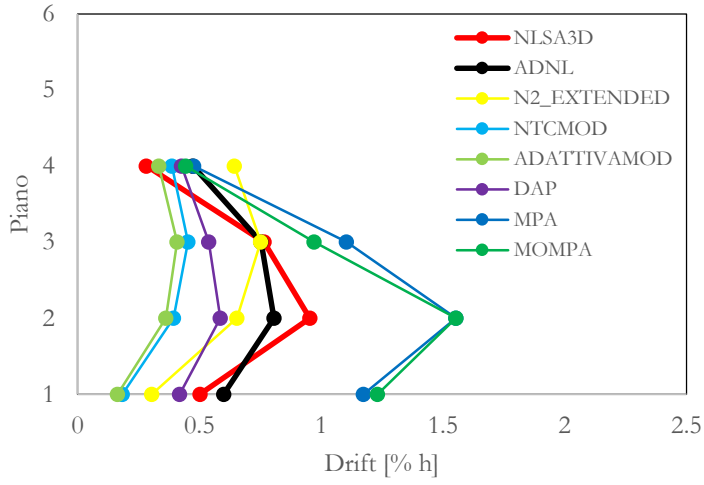


Fig. 6.28 *Drift massimi T2BR*

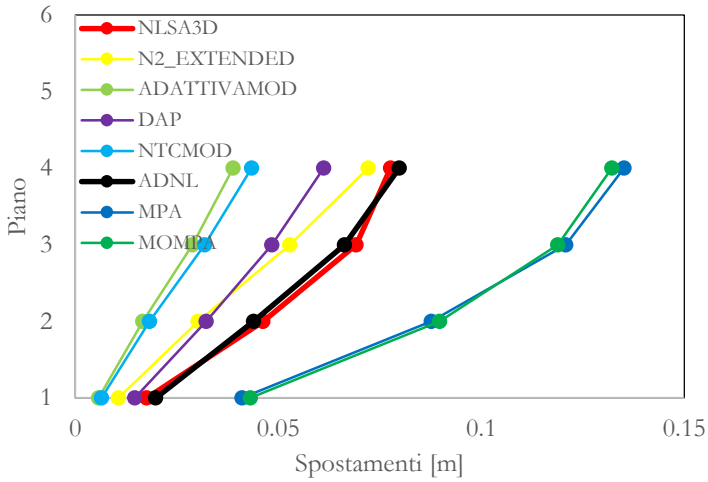


Fig. 6.29 *Spostamenti massimi T2BR*

CONCLUSIONI

In questo lavoro si è tentato di fornire un contributo per il miglioramento della capacità previsionale delle tecniche di Analisi Statica Non Lineare (ASNL) applicate alla valutazione della domanda di strutture irregolari sia altimetricamente che planimetricamente.

Preliminarmente, si è condotto uno studio della letteratura scientifica, vagliando pregi e limiti delle diverse tecniche proposte nel corso degli anni da diversi autori. Le procedure inizialmente sono state classificate secondo due criteri: procedure che impiegano profili di forze tempo-invarianti o adattivi, e procedure e tecniche monomodali e multimodali. Successivamente l'attenzione è stata rivolta alle tecniche di analisi specifiche per strutture irregolari in pianta, analizzando le tecniche finalizzate alla previsione del contributo torsionale della risposta.

In questi ambiti, si è individuato nella Modal Pushove Analisys, procedura proposta da *Chopra* & *Goel* nel 2002, e nota con l'acronimo MPA, uno strumento valido ma migliorabile per la previsione della risposta sismica di strutture irregolari sia altimetricamente che planimetricamente, nelle quali la risposta dipende da più modi di vibrare. Infatti tra le procedure di analisi statica non-lineare multi-modali invarianti l'MPA si distingue, per chiarezza metodologica nella

derivazione ed efficacia dei risultati. Questa procedura è tuttavia stata derivata sulla base di forti approssimazioni, come il "disaccoppiamento" delle equazioni del moto degli oscillatori "modali" isteretici a comportamento non-lineare, e la successiva sovrapposizione, per ottenere la risposta complessiva del sistema MDOF, delle singole risposte "modali" dei sistemi SDOF, secondo la deformata ottenuta dalle curve di spinta. Infine, è previsto l'impiego delle regole SRSS o CQC per la combinazione dei massimi delle risposte "modali" dei sistemi isteretici.

Nonostante le forti approssimazioni necessarie alla sua derivazione, la MPA si configura come un affidabile e attraente strumento di analisi, a paragone delle altre tecniche multimodali consolidate in letteratura, soprattutto per sistemi a comportamento debolmente non-lineare. Gli Autori hanno, comunque, fatto rilevare che una forte perdita di accuratezza può essere imputata all'impiego di regole di combinazione dei contributi alla risposta dei diversi modi, derivate per sistemi strettamente lineari (SRSS o CQC).

Parallelamente, è stato fatto rilevare che più recentemente, sia nell'ambito scientifico che in quello normativo, riconosciuta la mancanza di solide basi teoriche per l'analisi statica non lineare, il grande grado di variabilità della risposta attesa per effetto del carattere intrinsecamente aleatorio dell'eccitazione sismica, e l'impossibilità di riprodurre staticamente e in modo semplificato la complessità della risposta dinamica della struttura, ci si è orientati a codificare tecniche di analisi statica non lineare che possano fornire un inviluppo della risposta attesa, che tengano conto del livello di incertezza di quest'ultima. In quest'ambito in letteratura vi è unanime consenso nell' individuare la tecnica proposta da Fajfar (2013), nota come N2-

Extended, come una delle tecniche fra le più promettenti. La N2-Extended fornisce una stima conservativa della risposta, amplificando i risultati ottenuti da una tecnica convenzionale con profili di forze tempo-invarianti e monomodali, attraverso due coefficienti correttivi. Il primo finalizzato a tenere conto dei contributi dei modi superiori al primo, il secondo dei contributi dovuti al modo torsionale dell'impalcato. La procedura, che fornisce una stima conservativa della risposta, ha il maggiore limite nell'eccessiva stima per eccesso che fornisce, soprattutto per strutture fortemente irregolari sia in pianta che in elevazione.

In questo contesto, sono stati analizzati gli effetti di sostanziali modifiche delle due procedure più efficaci precedentemente descritte, finalizzate ad ottenerne un significativo incremento di accuratezza

Con riferimento alla procedura proposta da Goel & Chopra (2002), si è applicata una procedura capace di tenere in conto, nella combinazione delle risposte modali, delle proprietà isteretiche degli oscillatori "modali", tramite l'impiego di coefficienti di correlazione valutati attraverso simulazione con il metodo di Monte Carlo, tenendo in conto le caratteristiche isteretiche degli oscillatori modali. A tale scopo, è stata impiegata la procedura proposta da Navarra (2013) in grado di fornire la densità spettrale di potenza (Power Spectral Density PSD) dell'input dallo spettro di risposta normativo, generando 10.000 accelerogrammi tramite la nota tecnica proposta da Shinozuka (1972). Sono state poi ricavate le risposte degli oscillatori modali, con caratteristiche isteretiche rappresentative degli oscillatori modali equivalenti che caratterizzano la formulazione dell'MPA. Sulla base di tali risultati e utilizzando la definizione di coefficiente di correlazione, si sono calcolati i coefficienti di correlazione tra due

modi. I risultati numerici hanno evidenziato che i valori dei coefficienti di correlazione sono fortemente influenzati sia dalle proprietà isteretiche degli oscillatori non-lineari, che dalle caratteristiche dell'input. Particolarmente rilevante è stato il manifestarsi di valori molto elevati della correlazione anche per sistemi con frequenze ben separate fra loro, per i quali in campo lineare i valori dei coefficienti di correlazione sono del tutto trascurabili. Pertanto si è rilevato che, per oscillatori isteretici, è necessaria l'applicazione della CQC, in luogo della SRSS, in un campo dei parametri caratteristici degli oscillatori più ampio rispetto a quello richiesto per comportamento lineare.

Nel valutare l'efficacia delle procedure di analisi statica non lineare, si è partiti con l'analizzare la risposta di telai piani regolari e irregolari in altezza, per poi passare allo studio di quelle spaziali, dotate di irregolarita in pianta e/o in elevazione. Dall'analisi dei risultati ottenuti attraverso la campagna numerica effettuata sulle 5 strutture analizzate (due bidimensionali, tre tridimensionali) si sono ricavate delle considerazioni di carattere generale: la risposta nelle strutture regolari sia in pianta che in altezza nel caso di comportamento debolmente non lineare è descritta con accuratezza da tutte le tecniche di Pushover con profilo di carico basati sulle caratteristiche dinamiche della struttura (come ad esempio primo modo invariante). Aumentando l'intensità dell'azione sismica, invece, facendo esibire, quindi, un comportamento fortemente non lineare alla struttura, la tecnica che riesce a stimare in maniera più soddisfacente la risposta sono state quelle adattive. Per strutture irregolari in altezza, invece, la procedura di Chopra modificata (indicata con l'acronimo MOMPA) risulta la più efficace, soprattutto quando il livello di non linearità della

risposta non sia particolarmente elevato. In quest'ambito, presenta una buona accuratezza anche la procedura che impiega il profilo di carico derivato dalla distribuzione dei tagli di piano desunti da una analisi dinamica lineare.

In presenza di forti irregolarità sia in pianta che in altezza, la MOMPA pur essendo spesso fra le procedure più accurate, non sempre è capace di fornire una stima soddisfacente della domanda.

Una volta resi conto della difficoltà nello sviluppare una procedura che riuscisse in tutti i casi (strutture sia irregolari che a comportamento fortemente non lineare) a descrivere il comportamento della struttura previsto mediante analisi dinamica non lineare al passo, si sono orientati gli sforzi nel formulare una procedura che, seguendo la filosofia che caratterizza la formulazione della N2_Extendend di Fajfar, ne migliorasse l'accuratezza.

Attraverso una vasta campagna numerica parametrica, si è messa in evidenza il ruolo giocato nella risposta torsionale non lineare, della posizione relativa del baricentro delle resistenze rispetto a quelli delle masse e delle rigidezze, totalmente trascurato nella procedura di Fajfar.

Sulla base di queste ed altre osservazioni, si è codificata una procedura che è in grado di tenere conto dei contributi dei modi superiori e degli effetti torsionali, per i primi attraverso l'impiego del profilo di carico multimodale basato sui tagli di piano, per i secondi amplificando le rotazioni degli impalcati durante l'analisi, in base ai valori delle rotazioni previsti dall'analisi dinamica lineare e la formulazione di un coefficiente correttivo espresso da una relazione analitica basata su due parametri (fattore di struttura e distanza tra il baricentro delle

resistenze e i baricentri delle masse e delle rigidezze): Tale tecnica è stata individuata dall'acronimo NLSA3D.

La tecnica proposta è stata positivamente validata confrontando l'efficacia di svariate tecniche di analisi statica non lineare nel predire la riposta di tre strutture spaziali, dotate di irregolarità altimetrica e planimetrica con diverse caratteristiche.

In conclusione, si può ritenere che le due tecniche proposte, la MOMPA e la NLSA3D costituiscono delle promettenti procedure per l'analisi statica non lineare di strutture irregolari in pianta e in elevazione, la prima da applicare quando è previsto un livello di non linearità della risposta non particolarmente elevato, la seconda per ottenere una stima della risposta di strutture fortemente irregolari in pianta e in elevazione conservativa, che non produca una sovrastima così rilevante come quella che caratterizza la risposta fornita dalla procedura N2_Extended formulata da Fajfar.

La conferma di queste conclusioni richiede la validazione dei metodi su un vasto campione di strutture, con più ampie casistiche di irregolarità in pianta e in elevazione.

BIBLIOGRAFIA

Abbasnia R., Davoudi A. T., Maddah M. M., (2013). An adaptive pushover procedure based on effective modal mass combination rule, Engineering Structures, 52, 654-666.

Akkar, S., and Bommer, J.J. (2007). "Empirical prediction equations for peak ground velocity derived from strong-motion records from Europe and the Middle East." Bulletin of the Seismological Society of America, 97(2), 511-530.

Akkar, S., and Küçükdoğan B. (2008). "Direct use of PGV for estimating peak nonlinear oscillator displacements." Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 37(12), 1411-1433.

Akkar, S., and Özen, Ö. (2005). "Effect of peak ground velocity on deformation de-mands for SDOF systems." Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 34(13), 1551-1571.

Ambraseys NN, Douglas J, Rinaldis D, Berge-Thierry C, Suhadolc P, Costa G, Sigbjornsson R, Smit P. Dissemination of European strong-

motion data, vol. 2, CD-ROM collection. Engineering and Physical Sciences Research Council, UK, 2004

Amiri, G.G., and Dana, F.M. (2005). "Introduction of the most suitable parameter for selection of critical earthquake." Computer and Structures, 83, 613-626.

Antoniou, S. and Pinho, R , "Development and verification of a displacement-based adaptive pushover procedure," Journal of Earthquake Engineering, Vol. 8, No. 5, pp. 643-661,2004

Antoniou, S. and Pinho, R., "Advantages and limitations of adaptive and non-adaptive force-based pushover procedures." Journal of Earthquake Engineering, 8(4), pp. 497-522, 2004

Arias, A. (1970). "A measure of earthquake intensity." Seismic Design of Nuclear Power Plants, The MIT Press., 438-468.

B. Pintucchi; A. La Brusco; M. De Stefano (2012). Richieste di duttilità e spostamento in edifici irregolari in pianta. In: Lezioni dai terremoti: fonti di vulnerabilità, nuove strategie progettuali, sviluppi normativi, Chianciano Terme (SI), 8-10-2010, Firenze University Press, pp. 279-288, ISBN:9788866550693

Baker, J., and Cornell, C.A. (2005). " A vector-valued ground motion intensity measure consisting of spectral acceleration and epsilon." Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 34, 1193-1217.

Bazzurro P., and Cornell, C.A. (1999). "Disaggregation of seismic hazard." Bulletin of the Seismological Society of America, 89(2), 501-520.

Beyer, K., and Bommer, J.J. (2007). "Selection and scaling of real accelerograms for bidirectional loading: a review of current practice and provisions." Journal of Earthquake Engineering, 11(1), 13-45.

Bommer, J. J. and Alarcon, J. E. (2006). "The prediction and use of peak ground velocity." Journal of Earthquake Engineering, 10(1), 1–31.

Bommer, J.J., and Acevedo, A. (2004). "The use of real earthquake accelerograms as input to dynamic analysis." Journal of Earthquake Engineering, 8(1), 43-49.

Bommer, J.J., and Scott, S.G. (2000). "Feasibility of using real accelerograms for seismic design." Implication of recent earthquakes on seismic risk, Elnashai A.S. and Antoniou S. editors, cap.4.

Bosco, M., Ferrara, G.A.F., Ghersi, A., Marino, E.M., Rossi, P.P. Predicting displacement demand of multi-storey asymmetric buildings by nonlinear static analysis and corrective eccentricities (2015) Engineering Structures, 99, pp. 373-387.

Bosco, M., Ghersi, A., Marino, E.M., Rossi, P.P. Comparison of nonlinear static methods for the assessment of asymmetric buildings (2013) Bulletin of Earthquake Engineering, 11 (6), pp. 2287-2308.

Bracci J.M., Kunnath S.K. and Reinhorn A.M. (1997): "seismic performance and retrofit evaluation of reinforced concrete structures", journal of structural engineering, 123 (1), pp: 3-10.

Cacciola P, Colajanni P., and Potenzone B. 2007. Combination coefficients for modal push-over analysis, ICASP10, Tokyo, Giappone.

Caddemi, S., Colajanni, P. Simplified analysis for the evaluation of stochastic response of elasto-plastic oscillators (1999) Probabilistic Engineering Mechanics, 14 (3), pp. 269-280

Cantagallo, C., Camata G., Spacone, E. (2012). "Seismic demand uncertainty provided by ground motion intensity measures." Proceedings of the 15rd World Conference of Earth-quake Engineering, Lisbona.

Chopra A.K. and Goel R.K. (2004): "a modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for unsymmetric-plan building" earthquake engineering and structural dynamics, 33, pp: 903-927.

Chopra, A.K. and Goel, R.K., "A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings." Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 31, pp. 561-582,2002

Chopra, A.K., Goel, R.K. Capacity-demand-diagram methods based on inelastic design spectrum (1999) Earthquake Spectra, 15 (4), pp. 637-655. Cited 126 times.

Circolare 2 febbraio 2009, n. 617. Istruzioni per l'applicazione delle "Nuove norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008.

Colajanni P., Gentiluomo V., Spinella N., Testa G., 2014. Proposal of a Selection Criterium of Natural Accelerograms for NLRHA, 2th European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, 24-29 August 2014, Istanbul, Turkey; ISBN:9786056270369,

Colajanni P., Potenzone B., Recupero A., Testa G., Cacciola P., 2013. Non-linear correlation coefficients for pushover analysis, VEEDS, 2013, Vienna, A.

Cordova, P.P., Deierlein, C.C., Mehanny, S.S.F., Cornell, C.A. (2001). "Development of new seismic intensity measure and probabilistic design procedure." Proceedings of the 3rd U.S.-Japan Workshop on Performance-Based Seismic Design Methodology for Concrete Building.

Cosenza, E., and Manfredi, G. (1997). "The improvement of the seismic-resistant design for existing and new structures using damage criteria." Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes, P. Fajfar & H. Krawinkler (eds), Balkema, 119-130.

D'Ambrisi A.; De Stefano M.; Viti S. (2009). Valutazione degli effetti torsionali in edifici irregolari in c.a.. In: ANIDIS, Bologna, 28 giugno-2 luglio 2009, pp. 0-0, ISBN:9788890429200

D.M. 14 gennaio 2008. Norme tecniche per le costruzioni.

De Stefano, M., Pintucchi, B. A review of research on seismic behaviour of irregular building structures since 2002 (2008) Bulletin of Earthquake Engineering, 6 (2), pp. 285-308.

Elefante, L., Jalayer, F., Iervolino, I., Manfredi, G. (2009). "Some proposals for the evaluation of non-linear structural response based on seismic hazard disaggregation". Atti del XIII Congresso nazionale ANIDIS "L'ingegneria sismica in Italia", Bologna.

Elenas, A. (1997). "Interdependency between seismic acceleration parameters and the behaviour of structures." Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 16, 317-322.

Elenas, A. (2000). "Correlation between seismic acceleration parameters and overall structural damage indices of buildings." Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 20, 93-100.

Elenas, A. and Meskouris, K. (2001). "Correlation study between seismic acceleration parameters and damage indices of structures." Engineering Structures, 23, 698-704.

Elnashai A. S. (2000): "advanced inelastic static (pushover) analysis for earthquake application", g.penelis international symposium on concrete masonry struc-tures, aristotle university of thessaloniki, greece.

Elnashai A. S. (2000): "do we really need inelastic dynamic analysis?", journal of earthquake engineering, vol.6, special issue 1, pp: 123-130, imperial college press.

Eolajanni P. and Papia M. (1998): " push-over analysis method for axially deformable cross-braced frames with dissipative devices" iset journal of earthquake technology, 35 (4), pp: 263-286.

Eurocode 8, "Design Provisions for Earthquake Resistance of Structures", 1998

Fajfar P. (1999): "Capacity spectrum method based on inelastic demand spectra", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol 28, pp: 979-993.

Fajfar P., Fischinger M., "N2-a method for non-linear seismic analysis of regular buildings", Proc. 9th world conf. on earthquake eng., 1998, V, 111-116.

Fajfar P., Gaspersic P., "The N2 Method for the Seismic Analysis of RC buildings", Earthquake Engineering and Structural Dynamics,1996, Vol.25, 31-46.

FEMA 356, Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings, November 2000

Fragiadakis, M., Papadrakakis, M. Modeling, analysis and reliability of seismically excited structures: Computational issues (2008) International Journal of Computational Methods, 5 (4), pp. 483-511.

Fragiadakis, M., Papadrakakis, M. Performance-based optimum seismic design of reinforced concrete structures (2008) Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 37 (6), pp. 825-844.

Freeman S.A., Nicoletti J.P. and Tyrell J.V. (1975): "Evaluation of existing buildings for seismic risk- A case study of Puget Sound Naval Shipyard, Bremerton, Washington", *Proceedings of the U.S.National Conference on Earthquake Engineers*, EERI, pp: 113-122, Berkeley.

Fuyama, H., Krawinkler, H., Law, K.H. Drift control in moment resisting steel frame structures (1994) The Structural Design of Tall Buildings, 3 (3), pp. 163-181.

Gazetas, G. (2012). "Some presumptions on the nature of base excitation may errone-ously affect the response of strongly inelastic systems." Proceedings of the 15rd World Conference of Earthquake Engineering, Lisbona.

Ghersi, A., La regolarità strutturale nella progettazione di edifici in zona sismica. (1996).

Gulkan P. And Sozen M.A. (1974): "Inelastic Response of reinforced concrete structures to earthquake motions", *ACI Journal*, pp: 71-41 (604-610).

Gupta, B. and Kunnath, S.K., "Adaptive spectra-based pushover procedure for seismic evaluation of structures." Earthquake Spectra, 16(2), pp. 367-391, 2000

Hancock, J., and Bommer, J.J. (2006). "Using matched records to explore the influence of strong-motion duration on inelastic structural response." Soil Dynamics and Earth-quake Engineering, 27, 291-299.

Hernández_Montes E., Kwon O-S, Aschheim M., 2004. An energy-based formulation for first and multiple-mode non linear static (pushover) analyses, Journal of Earthquake. Engineering, 8(1), 69-88.

Housner, G. (1952). "Spectrum intensities of strong motion earthquakes." Symposium on Earthquake and Blast Effects on Structures, Los Angeles, 20-36.

Husid, R. (1969). "The effect of gravity on the collapse of yielding structures with earthquake excitation." Proceedings of 4th World

Conference on Earthquake Engineering, Chilean Association on Seismology and Earthquake Engineering, Santiago, vol.2, A4, 31-43.

Iervolino I, Galasso C, Cosenza E (2009). REXEL: computer aided record selection for code-based seismic structural analysis. Bulletin of Earthquake Engineering. DOI 10.1007/s10518-009-9146-1.

Iervolino, I., and Cornell, C.A. (2005). "Record selection for nonlinear seismic analysis of structures." Earthquake Spectra, 21(3), 685-713.

Iervolino, I., Chioccarelli, E., Convertito, V. (2011). "Italian design earthquakes: how and why." Atti del XIV Convegno Nazionale ANIDIS "L'Ingegneria sismica in Italia", Bari.

Iervolino, I., Galasso, C., Paolucci, R., Pacor, F. (2011). "Engineering ground motion record selection in the ITalian ACcelerometric Archive." Bulletin of Earthquake Engi-neering, 9(6), 1761-1778.

Iervolino, I., Maddaloni, G., Cosenza, E. (2006). "Unscaled real record sets compliant with Eurocode 8 ." Proceedings of First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology, Ginevra.

Jennings PC, Housner GW, Tsai C. Simulated earthquake motions for design purpose. In: Proc 4th World conference earth. Engineering Santiago, A(1); 1969. p. 145–60.

Kalkan E., Kunnath S.K., "Method of modal combinations for pushover analysis of buildings", 13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C., Canada,August 1-6, Paper No. 2713, 2004

Katsanos, E.I., Sextos, A.G. ISSARS: An integrated software environment for structure-specific earthquake ground motion selection (2013) Advances in Engineering Software, 58, pp. 70-85.

Katsanos, E.I., Sextos, A.G., Manolis, G.D. (2010). "Selection of earthquake ground motion records: A state of the art review from a structural engineering perspective." Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 30, 157-169.

Krawinkler H. and Seneviratna G.D.P.K. (1998): **"**Pros and cons of a pushover analysis of seismic performance evaluation", *Engineering Structures*, 20 (4-6), pp: 452-464.

Krawinkler, H., Medina, R., Alavi, B. (2003). "Seismic drift and ductility demands and their dependence on ground motion." Engineering Structures, 25, 637-653.

Kreslin M., Fajfar P., 2011. The extended N2 method taking into account higher mode effects in elevation, Earthquake engineering and Structural Dynamics, 40, 1571-1589.

Kreslin, M., Fajfar, P. The extended N2 method considering higher mode effects in both plan and elevation (2012) Bulletin of Earthquake Engineering, 10 (2), pp. 695-715.

La Mendola L., "Risposta sismica di edifici strutturalmente non simmetrici in regime di grandi spostamenti", Tesi di Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture (IV ciclo), anno accademico 1990-1991.

Lin, L. (2012). "Probabilistic seismic demand analysis using improved intensity measures." Proceedings of the 15rd World Conference of Earthquake Engineering, Lisbona.

Moghadam A.S. (2002): A pushover procedure for tall buildings, *Proceedings of the 12th European Conference on Earthquake Engineering*, Paper 395. Elsevier Science Ltd.

Myslimaj, B., Tso, W.K. A design-oriented approach to strength distribution in single-story asymmetric systems with elements having strength-dependent stiffness (2005) Earthquake Spectra, 21 (1), pp. 197-212.

Nakhata, T., Newmark, N.M., Hall, W.J. Approximate dynamic response of light secondary systems. (1973) Ill Univ, Civ eng stud, Struct res ser, (396), 183 p.

Panyakapo P., 2014. Cyclic Pushover analysis procedure to estimate seismic demands for building, Engineering Structures, 66, 10-23.

Paret T.F., Sasaki K.K., Elibeck D.H. and Freeman, S.A. (1996): "Approximate inelastic procedures to identify failure mechanism from higher mode effects", *Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering*, Paper 966, Pergamon, Elsevier science Ltd, Acapulco, Mexico

Poursha M., Khoshnoudian F., MoghadamA.S., 2009. A consecutive modal pushover procedure for estimating the seismic demands of tall building. Engineering Structures, 31, 591-599.

Priestley M.J.N. (2000): "Performance based seismic design", *XII WCEE*, n° 2131 University of California, San Diego.

Pristley, M.J.N., "Myths and Fallacies in Earthquake Engineering", Revisited, IUSS Press, Pavia, Italy, 2003.

Reinhorn A.M. (1996): "Introduction to dynamic and static inelastic analysis techniques", Annual Meeting Los Angeles Tall Buildings Structural Design Council "*Modern Analysis Techniques in Practice*", pp: 1-18.

Reinhorn, A.M. "Inelastic analysis techniques in seismic evaluations. Seismic design methodologies for the next generation of code"s, P. Fajfar and H. Krawinkler, eds., Balkema, Rotterdam,1997: 277-287.

Saiidi M., Sozen M.A., "Simple nonlinear seismic analysis of R/C structure"s, J. struct. div., 1981 ASCE 107, 937-952

Sasaki, K.K., Freeman, S.A. and Paret, T.F. , "Multi-mode pushover procedure (MMP) – a method to identify the effects of higher modes in a pushover analysis." Proceedings of the Sixth U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, California, 12 pages,1998

Scott, M.H., Franchin, P., Fenves, G.L., Filippou, F.C. Response sensitivity for nonlinear beam-column elements (2004) Journal of Structural Engineering, 130 (9), pp. 1281-1288.

Shahrooz, Bahram M., Moehle, Jack P. Evaluation of seismic performance of reinforced concrete frames (1990) Journal of structural engineering New York, N.Y., 116 (5), pp. 1403-1422.

Shakeri K., Shayanfar M., Kabeyasawa T., 2010. A story shear-based adaptive pushover procedure for estimating seismic demands of buildings, Engineering Structures, 32, 174-183.

Shakeri, K., Tarbali, K., Mohebbi, M. An adaptive modal pushover procedure for asymmetric-plan buildings (2012) Engineering Structures, 36, pp. 160-172.

Shibata, Akenori, Sozen, Mete A. Substitute-structure method for seismic design in r/c (1976) ASCE J Struct Div, 102 (1), pp. 1-18.

Shinozuka, M., Deodatis, G. Stochastic process models for earthquake ground motion (1988) Probabilistic Engineering Mechanics, 3 (3), pp. 114-123.

Shome, N., and Cornell, C.A. (1998). "Normalized and scaling accelerograms for non-linear structural analysis." Proceedings of 6th National Conference on Earthquake Engineering, Seattle, WA.

Shome, N., Cornell, C.A., Bazzurro, P., Carballo, J.E. (1998). "Earthquake, records and nonlinear responses." Earthquake Spectra, 14(3), 469-500.

Trifunac, M.D., and Novikova, E.I. (1995). "State of the art review on strong motion duration." Proceedings of 10th European Conference on Earthquake Engineering.

Tso, W.K., Myslimaj, B. A yield displacement distribution-based approach for strength assignment to lateral force-resisting elements having strength dependent stiffness (2003) Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 32 (15), pp. 2319-2351.

Wilson E. L., Der Kiureghian A. and Bayo E.P. (1981): "A replacement for the SRSS method in seismic analysis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9, pp: 187–192.